

階層ベイズ条件付きプロビットモデルによる 消費者選択行動の解析 *

-個票データとマルチソースの時系列データを統合して-

平泰浩[†] 戸田敬之[‡] 松村優哉[§] 山口愛[¶] 米津了輔^{||}

2015年11月17日

概要

本稿では、複雑化した消費者選択行動を解明する為に購買プロセスに応じた個人レベルの購買データとマルチソースの時系列データを統合し、階層ベイズモデルを用いた方法論を提案する。さらに、選択行動における消費者のロイヤリティを考慮した提案モデルが先行研究よりも説明力があることを示した。また、ロイヤリティ・属性情報によって購買プロセスに応じた反応係数が異なることが分かった。マーケティングへの応用として、消費者異質性を考慮したマイクロマーケティングが有効な施策となり得ることを示した。

キーワード：離散選択モデル、条件付プロビットモデル、階層ベイズモデル、
ブランドロイヤリティ、データ強化、マルコフ連鎖モンテカルロ法

* 本稿の作成にあたっては、星野崇宏先生（慶應義塾大学経済学部）をはじめ、多くの方々から有益且つ熱心なコメントを頂戴した。ここに記して感謝の意を表したい。しかしながら、本稿にあり得る誤り、主張の一切の責任はいうまでもなく筆者たち個人に帰するものである。

[†] 慶應義塾大学経済学部3年

[‡] 同上

[§] 同上

[¶] 同上

^{||} 同上

目次

1	序論	1
1.1	消費者異質性を考慮する必要性について	1
1.2	マルチソースの時系列データ利用の重要性について	1
1.3	本研究の目的と本稿の構成	2
2	先行研究	3
2.1	先行研究の紹介	3
2.1.1	Guadagni and Little(1983)	3
2.1.2	Rossi,McCulloch and Allenby(1996)	4
2.1.3	Swait and Andrews(2003)	5
2.2	先行研究の問題点	6
2.3	本稿の新規性	7
3	提案モデル	8
3.1	モデルの構築	8
3.1.1	ロイヤリティの導入	8
3.1.2	効用関数	9
3.1.3	プロビットモデルの導入	9
3.1.4	条件付きプロビットモデル	11
3.1.5	ブランド固有の切片項	11
3.1.6	反応係数	12
3.1.7	まとめ	16
3.2	推定方法	16
3.2.1	同時事後分布の導出	16
3.2.2	MCMC法のアルゴリズム	18
4	実証分析	21
4.1	データの説明と変数選択	21
4.1.1	個票データと異なるソースの時系列データの紐づけ	22
4.1.2	ブランドロイヤリティの考慮	22
4.1.3	説明変数の選択	23
4.2	モデルの特定化	25
4.3	推定とモデル比較	26
4.4	考察	27

4.4.1	回帰係数行列 Θ について	27
4.4.2	反応係数 α, β について	28
5	応用事例	29
5.1	マイクロマーケティングの重要性について	29
5.2	提案モデルを利用したマーケティング施策への活用例	29
5.3	傾向スコアを用いた効果測定	31
6	結論	33
6.1	まとめ	33
6.2	今後の展望	33
6.3	結論	34
付録A	図表	36
付録B	階層ベイズモデルの紹介	37

1 序論

本章では研究背景と研究目的、本稿の構成を説明する。まず、1.1節でミクロ計量経済学の一分野である消費者の選択行動を解明するために、消費者異質性を考慮したモデリングが必要であることを説明する。次に1.2節で昨今の通信技術の発展により、消費者選択行動へのマルチメディア効果を分析した先行研究を紹介し、マルチソースの時系列データを用いる本稿のアプローチを述べる。最後に、1.3節で本稿の目的と構成を説明する。

1.1 消費者異質性を考慮する必要性について

昨今の通信技術の発達により、ビッグデータの利用が期待されている¹。「買物行動」、「インターネット上での探索行動」や「ソーシャルメディア上での眩き」など消費者個々の生活の断片がデータとして大量に蓄積されるようになり、消費者の多様性に関して分析できるようになった(佐藤・樋口 (2013))。このような非集計データの普及により、より詳細な消費者行動の解明が期待される。北村 (2006)は、ミクロ計量経済学の特色として多様な経済主体への対応を挙げている。土田 (2010)は消費者の価格に対する効果が一定であるという仮定を置いた先行研究に対して、実際は消費者ごとに価格弾力性のばらつきがあると主張する。この多様性への対応のため、消費者の異質性を極限まで高め、一人ひとりの嗜好や市場反応を捉える効用関数を構築する事が今後の課題である。

そこで、本稿では消費者異質性を考慮した選択行動のモデル構築を試みる。さらに消費者は異質ではあるが共通部分もあるという仮定の下で、異質性を推定するのに不足する情報を共通情報で補う階層ベイズモデル(照井 (2008))を利用する。消費者の異質性を考慮するアプローチとして、ランダム係数を用いる。パラメーターの推定に際し、消費者の個体差をランダム効果として扱うため効果発生源の種類が多い。それゆえ、最尤推定法を用いると多重積分が必要となり探索そのものが困難になる(Train (2003))。よって、乱数発生による積分計算であるマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC法)を利用しベイズ推定する。また、ベイズ推定を用いると様々な確率的予測モデルを利用したシミュレーションを行うことが可能となる。この特徴を生かせば、属性情報と購買履歴が判明している消費者の将来の購買行動予測の精度が向上すると考えられる(宮崎・星野 (2013))。そこでMCMC法を利用して、反応係数に属性情報の線形結合を組み込んだ階層ベイズ型のランダム係数モデルを推定するのが本稿のアプローチである。

1.2 マルチソースの時系列データ利用の重要性について

前節では個人の異質性を考慮した本稿のアプローチを述べた。本節ではマルチソースの時系列データを利用した本稿のアプローチを整理する。

¹ 日本経済新聞 電子版2014年3月8日「ビッグデータ活用にお墨付き 経産省、企業利用促す」

消費者の選択モデルとして、AISAS モデル²に代表されるような購買行動に至るまでの心理変容プロセスに着目する広告効果階層モデルがある。猪狩・河原 (2014)はクロスメディア効果を考慮した広告効果モデルを提案し、結果から態度変容の各プロセスに対して効果のある媒体は様々であることを主張している。さらに、矢島 (2015)は消費者がソーシャルメディアなどを通じて共有・発信する行為が当たり前になり、選択プロセスが複雑化したことを指摘している。清水 (2013)はインターネット上の口コミ情報を分析し、消費者発信型メディアが消費者の購買意思決定に強く影響していると主張する。これらの示唆から、購買プロセスの変容を受けてソーシャルメディアや口コミサイトといった消費者発信型メディアを含めたマルチソースの時系列データ利用が重要である。

そこで本稿では選択行動の解明の為に、①消費者の発信・共有行為に影響を与えるブランドロイヤリティ³を考慮し、②消費者選択行動の異質性を考慮し、③購買プロセスに応じたマルチソースの時系列データを統合して利用する、といった三つのアプローチをとる。①に関してはJeuland (1979)が消費者の選択行動に慣性行動があると主張し、また、McAlister and Pessemier (1982)が消費者の内的要因が選択行動に影響すると述べていることを踏まえて、ブランドロイヤリティの有無によって反応係数を分割する。②に関しては前述した通り、個人の異質性の中に共通性があると考え階層ベイズモデルを利用する。③では、個票データとマルチソースの時系列データを統合するデータ強化法を用いる。方法論として、古典的にはImbens and Lancaster (1994)がマクロデータとマイクロデータを統合して利用するマイクロ計量経済学的手法を提案し、Swait and Andrews (2003)が消費者選択モデルにスキャナーパネルデータとサーベイデータを組み合わせたデータ強化法を提案した。本稿ではSwait and Andrews (2003)のデータ強化法を参考にする。

個人レベルの購買履歴データと個人に紐づかないマルチソースの時系列データを統合して利用する方法論を提案し、消費者選択行動の解明を行いたい。

1.3 本研究の目的と本稿の構成

本稿の目的は、購買プロセスの変容を考慮した消費者一人ひとりの効用関数を推定し、結果から消費者異質性の中にある共通要因の解析を行うことで昨今の消費者選択行動を解明することにある。本稿の構成は大きく分けると、モデル構築と実証研究である。前半は、先行研究を紹介しながら問題点を提示し本稿で提案するモデルの新規性を主張する。後半は実際のデータを用いて実証分析を行い、モデルの妥当性及び考察を行う。また、消費者選択行動の解析が企業のマーケティング活動の示唆につながることから、本稿で提案したモデルを利用したマーケティングへの応用事例も本稿の範囲としたい。

² 株式会社電通が提唱する消費行動モデル。広告によって商品を認知した後、興味を持った商品の情報を検索し、気に入れば購入、さらにソーシャルメディア等で他の人々と情報共有する、という消費行動モデルである。

³ 消費者が特定のブランドに対して感じる忠誠心や愛着心。

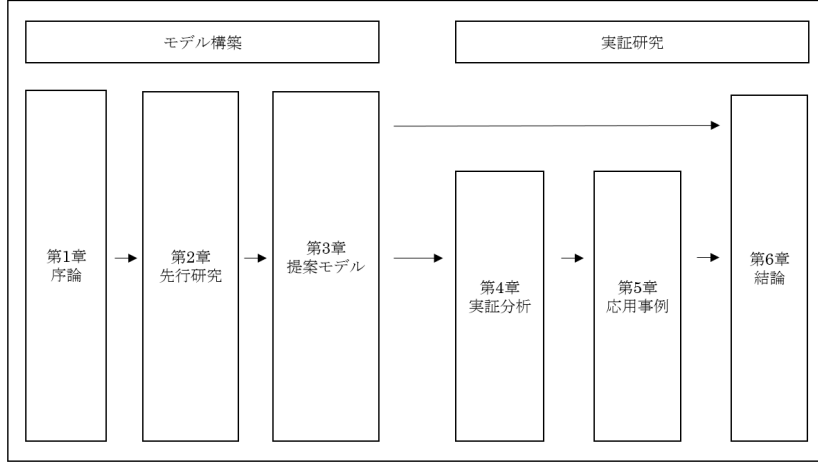


図1 本稿の構成

2 先行研究

土田 (2010)によると、これまで消費者選択行動の分析の為に様々な離散選択モデルが提案されてきた。本章では消費者離散選択モデルの代表的な先行研究を紹介し、先行研究との連続性と本稿の新規性を主張する。2.1節では、①消費者のブランドロイヤリティを考慮した多項ロジットモデル、②消費者異質性を考慮した階層ベイズモデル、③マルチソースのデータを統合して利用するデータ強化法の三つを取り上げることで本稿のアプローチを構築する。2.2節では紹介した先行研究の問題点を述べ、2.3節で先行研究との連続性と本稿の新規性を主張する。

2.1 先行研究の紹介

2.1.1 Guadagni and Little(1983)

離散選択モデルにブランドロイヤリティ組み込んだ代表的な先行研究として、スキャナーパネルデータの解析に多項ロジットモデルを応用したGuadagni and Little (1983)がある。具体的には、消費者の前回選択行動を考慮したモデル提案をしている。まず、Guadagni et al.は消費者 i の選択肢 k に対する確率的効用 u_{ik} を(1)のように定義する。

$$u_{ik} = v_{ik} + \varepsilon_{ik} \quad (1)$$

v_{ij} を確定的効用と呼び、観測可能な変数として組み込まれる。 ε_{ij} は誤差効用であり、確率変数である。ここで、確定的効用 v_{ik} を以下のように定義する。

$$v_k^i = \sum_{j \in T_k} b_{jk} x_{jk}^i + \sum_{j \in T_C} b_{jk} x_{jk}^i \quad (2)$$

T_k は選択肢の持つ固有の特性であり、 T_C は価格などの共通のマーケティング変数を指し、全個人共通の価格感応度を持つと仮定している。また、スキャナーパネルデータの利用に際しインディケータ関数

$$y_k^i(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n\text{回目の消費者}i\text{の}k\text{の選択} \\ 0 & \text{if } otherwise \end{cases} \quad (3)$$

を設定している。彼らの主張で特徴的な点として、消費者選好は個人の異質性がありそれらは過去の選択行動から影響を受けているとする状態依存の概念を以下の説明変数に組み込んでいることである。

$$x_k^i(n) = \alpha_b x_k^i(n-1) + (1 - \alpha_b) \times \begin{cases} 1 & \text{if } (n-1)\text{回目の消費者}i\text{の}k\text{の選択} \\ 0 & \text{if } otherwise \end{cases} \quad (4)$$

前回までに選択したか否かのインディケータ変数 α_b をロイヤリティ変数と定義し、説明変数を重みづけして過去の選択行動を加味したモデルを提案している。データとしては、32週間に渡るブランド数8つに対する100世帯のの購買履歴を利用している。また、ロイヤリティ変数を考慮するために一部の購買データは過去のデータを参照する。結果として、ロイヤリティ変数を考慮しないモデルに比べてロイヤリティ変数を考慮した提案モデルの尤度が最も高かった。すなわち、消費者は前回選択行動に状態依存しており離散選択モデルに消費者のブランドロイヤリティを組み込むことの有効性を示したといえる。

2.1.2 Rossi, McCulloch and Allenby(1996)

個人の異質性を考慮した代表的な先行研究として、階層ベイズ型のランダム係数モデルをMCMC法で推定したRossi et al. (1996)がある。具体的には、階層プロビットモデルをベイズ推定している。一般的な階層ベイズモデルは付録を参照されたい。Rossi et al.は消費者 i の t 時点の全 H 個の選択肢に対する効用ベクトルを

$$u_{it} = \mathbf{X}_{it}\boldsymbol{\beta}_i + \varepsilon_{it} ; \varepsilon_{it} \sim N(0, \Lambda), i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T \quad (5)$$

と定義している。 $\mathbf{X}_{it}$ は行列であり、マーケティング変数などの価格ベクトル、ディスプレイダミーのインディケータベクトルなどを入れる。 $\boldsymbol{\beta}_i$ は消費者の選択肢に対する感応度を表す。 ε_{it} は誤差項であり、分散共分散行列 Λ に従うとする。彼らは消費者異質性をモデリングするために、以下のように観測可能な属性情報ベクトル $\mathbf{z}_i$ で $\boldsymbol{\beta}_i$ を以下のように説明する。

$$\boldsymbol{\beta}_i = \Delta \mathbf{z}_i + \mathbf{v}_i ; \mathbf{v}_i \sim iid.N(0, V_\beta) \quad (6)$$

Δ は回帰係数行列であり、 $\mathbf{v}_i$ は観測されない異質性の分散の大きさを決めるパラメーターである。このプロビットモデルを推定する為にベイズ推定をしている。階層ベイズモデルの特徴として、事前分布に対して階層事前分布を設定することが挙げられるが、Rossiらは効用関数パラメーター Λ 、

係数パラメーター Δ と分散共分散パラメーター V_β に対して逆ウィシャート分布を設定している。データに関してはランダムで抽出した400世帯の1年半にわたる食品パネルデータを利用し、属性情報としては世帯収入、家族規模、退職者ダミーなど6つのデモグラフィック変数を使っている。

結果として、デモグラフィック変数ごとのブランド切片や回帰係数の事後平均がばらついた。値を見てみると、退職者がいる世帯は新聞広告の感応度が高く店頭でのディスプレイへの感応度が低い結果となり、また低所得者は価格の安いプライベートブランドへの効用が高い結果となった。このことは現実の消費者像に近い推定結果であると言え、消費者異質性を考慮した階層ベイズモデルの有効性を示している。

2.1.3 Swait and Andrews(2003)

データの取得に関して、スキャナーパネルデータとサーベイデータを組み合わせたデータ強化法の代表的な先行研究としてSwait and Andrews (2003)がある。具体的にはスキャナーパネルデータをRP、サーベイデータをSPとし、それぞれ別の多項ロジットモデルで表現している。今RPデータの選択肢集合 C^{RP} に対する消費者のランダム効用を

$$u_i^{RP} = \beta_i^{RP} X_i^{RP} + \gamma Z_i + \varepsilon_i^{RP}, i \in C^{RP} \quad (7)$$

と定義する。 X_i^{RP}, Z_i は属性ベクトルであり、 β_i^{RP}, γ はデータに適合したパラメーターのベクトルである。誤差項 ε_i^{RP} は互いに独立なガンベル分布(スケールファクター $\mu^{RP} = \frac{\pi}{\sqrt{6\sigma^{RP}}}$ 標準偏差 σ^{RP})を設定している。この選択確率を表現する多項ロジットモデルを以下のように定義している。

$$Pr_i^{RP} = \frac{\exp(\mu^{RP}(\beta_i^{RP} X_i^{RP} + \gamma Z_i))}{\sum_{i \in C^{RP}} \exp(\mu^{RP}(\beta_i^{RP} X_i^{RP} + \gamma Z_i))} \quad (8)$$

μ^{RP} と σ^{RP} は逆相関関係を持ち、 σ^{RP} が無限大(選択がランダム)の時 μ^{RP} は0に近づく。逆に言えば、 σ^{RP} がゼロ(選択が決定論的)である場合、 μ^{RP} は無限大になる。また、RPデータのみが分析されたならば、 μ^{RP} は識別されず、1とみなす。さらに、サーベイデータ(SPデータ)の選択確率を

$$Pr_i^{SP} = \frac{\exp(\mu^{SP}(\beta_i^{SP} X_i^{SP} + \theta W_i))}{\sum_{i \in C^{SP}} \exp(\mu^{SP}(\beta_i^{SP} X_i^{SP} + \theta W_i))} \quad (9)$$

としている。ここで、 X_i^{SP} は X_i^{RP} と共通な属性ベクトルであり、 W_i はデータソースで異なるパラメーターを設定している。誤差項 ε_i^{SP} にはRPデータに習い、 μ^{SP} を設定する。また、データ共通の属性ベクトル X_i を設定することで、共通の反応係数を $\beta \equiv \beta^{SP} \equiv \beta^{RP}$ と設定している。Swait et al.の主張で特徴的なのはこの反応係数を前述したスケールファクター μ によって重み付けることでデータ強化ができると主張している点であり、さらに μ^{RP} 、 μ^{SP} を正規化し識別性を担保している。データとしては1995年～1997年の34週に渡る購買データを記録したスキャナーパネルデータと、選択実験のサーベイデータを統合して利用する。結果として、スキャナーパネルとサーベイデータを組み合わせたモデルはどちらか片方のみのデータを用いた時と比べて、対数尤度・

適合度が高かった。すなわち、データ強化法を用いて異なるソースのデータを統合して利用することの有効性が示されたと言える。

2.2 先行研究の問題点

紹介した先行研究の問題点を指摘する。まず、無関係な代替案からの独立(Independence of Irrelevant Alternatives; I.I.A)の問題が挙げられる。照井 (2008)は選択確率がパラメーターの陽関数として明示的に表現でき、最尤推定が容易に行えるという利点からロジットモデルが応用されてきたと述べ、土田 (2010)はこのI.I.Aの問題として、選択集合が変化しても代替案間の選択確率比が一定であることを挙げている。具体的にはマーケティング変数 p_{it} 、回帰係数を β とした選択肢A、Bの選択確率を二項ロジットモデルで表すと、

$$Pr(y_{it} = A) = \frac{\exp(p_{Ait}\beta)}{\exp(p_{Ait}\beta) + \exp(p_{Bit}\beta)} \quad (10)$$

$$Pr(y_{it} = B) = \frac{\exp(p_{Bit}\beta)}{\exp(p_{Ait}\beta) + \exp(p_{Bit}\beta)} \quad (11)$$

となる。オッズ比は

$$\frac{Pr(y_{it} = A)}{Pr(y_{it} = B)} = \frac{\exp(p_{Ait}\beta)}{\exp(p_{Bit}\beta)} \quad (12)$$

と書けるが、これに選択肢Cが追加された場合

$$Pr(y_{it} = A) = \frac{\exp(p_{Ait}\beta)}{\exp(p_{Ait}\beta) + \exp(p_{Bit}\beta) + \exp(p_{Cit}\beta)} \quad (13)$$

$$Pr(y_{it} = B) = \frac{\exp(p_{Bit}\beta)}{\exp(p_{Ait}\beta) + \exp(p_{Bit}\beta) + \exp(p_{Cit}\beta)} \quad (14)$$

と変化するが、オッズ比は(12)のままである(照井 (2008))。よって、選択肢の数が増えたにも関わらず選択確率は一定であり、一般的な消費者行動と一致しない。また、統計的操作性から誤差項がガンベル分布に従うとするよりも、正規分布に従うとするほうが現実の消費者像に近いと言える。すなわち、多項ロジットモデルを利用したSwait and Andrews (2003)やGuadagni and Little(1983)はI.I.Aの問題点を改善できていない。本稿ではこれを改良する為に、ロジットモデルではなくプロビットモデルを用いる。一方で、プロビットモデルの難点として多重積分を解析する必要があり、先行研究で使われた最尤推定法を用いても解けないことが挙げられる。そこで本稿ではRossi et al.(1996)の用いたMCMC法を用いて、乱数発生によるサンプリングによってパラメーターを推定する。

もう一つの問題点として、Rossi et al.(1996)の推定結果では、消費者異質性の制約となる V_β の二乗根の事後平均の値がデモグラフィック変数によって大きなばらつきがあった。すなわち、観測されない異質性の影響が大きくパラメーターの予測精度が低くなる問題が挙げられる。彼らが結論

付けている通り、決定係数などの指標を比較しながら適切な変数選択を行う必要があると考えられる。本稿ではゼロ過剰ポアソン回帰を用いた変数選択を事前に行い、観測できない異質性を少なくする前処理を行う。これらの問題点以外に、紹介した論文が主張する論点を以下の表に整理し本稿の連続性を主張する。

表1 論点の整理

	Guadagni and Little	Rossi et al.	Swait and Andrews	本稿の提案モデル
ベースラインモデル	多項ロジットモデル	階層型多項 プロビットモデル	多項ロジットモデル	階層型条件付き プロビットモデル
推定方法	最尤法	MCMC法 (ベイズ推定)	最尤法	MCMC法 (ベイズ推定)
結論	ブランド ロイヤリティの考慮	消費者異質性の 考慮	複数データソースの 使用	左記のすべてを 考慮
問題点	I.I.A特性	変数選択を行わず	I.I.A特性	I.I.A特性の改善と 変数選択を行い 問題点を克服
ブランドロイヤリティの考慮	○	×	×	○
消費者異質性の考慮	×	○	×	○
データ強化	×	×	○	○

表1に示した通り、紹介した論文の主張を全て考慮したモデルを本稿で提案する。具体的には、Guadagni and Little (1983)は消費者の選択機会は独立でなく慣性行動があるとし、ブランドロイヤリティを考慮したモデルを主張した。また、Rossiは消費者の効用関数は異質性がありランダム係数を属性情報で説明する階層型のモデルを主張し、Swait and Andrews (2003)は異なるソースのデータを統合して利用することの有効性を主張した。本稿ではこれらの主張を反映させたモデルを提案し、さらに前述した問題点を改善した推定方法を用いることで先行研究からの連続性としたい。

2.3 本稿の新規性

これまで、離散選択モデルの代表的な先行研究の論点を整理し、問題点とその改善点を挙げながら本稿の提案モデルの連続性を主張してきた。本稿の新規性は先行研究で挙げた主張を全て考慮し、さらに先行研究の問題点を克服することで、複雑化した購買プロセスに応じた消費者一人ひとりの効用関数を推定する方法論を示すことにある。

3 提案モデル

本章では先行研究の主張を踏まえて、個票データとマルチソースの時系列データを統合し、ブランドロイヤリティを考慮した階層ベイズ条件付きプロビットモデルを提案する。3.1節ではモデル構築を行い、3.2節では推定方法のアルゴリズムを説明する。

3.1 モデルの構築

本節では以下の3つの仮定からモデルを構築する。

1. Guadagni and Little (1983)の主張を踏まえ、消費者は過去の購買行動に状態依存し、ロイヤリティを持つブランドと持たないブランドとでは反応係数が異なる。
2. Rossi et al. (1996)の主張を踏まえ、消費者一人ひとりの反応係数と切片項は異質性を持つが、異質性の中にデモグラフィック変数の共通要因を持つ。
3. Swait and Andrews (2003)の主張を踏まえ、個票データと時系列データは時点とブランドが一致しているものは統合して利用可能である。

ベースラインモデルに関して、ロジットモデルはI.I.Aの性質を持つがこの性質を持たないプロビットモデルを利用する。さらにブランドロイヤリティを考慮する為に条件付きプロビットモデルを考え、属性情報の共通性を持たせた階層ベイズモデルを拡張する。また、マルチソースの時系列データ利用に関して、通常、テレビCMやソーシャルメディアといった消費者をとりまく外部環境のデータは個人の購買履歴と紐づかない。しかし、時点と購買ブランドに関する時系列データは取得可能である。そこで、購買履歴データから取得したマーケティング変数とマルチソースの時系列データから取得した外部環境変数を時点とブランドで紐づけることを想定する。

3.1.1 ロイヤリティの導入

本稿で提案するモデルでは、仮定1より、消費者 i ($i = 1, \dots, N$)が t ($t = 1, \dots, T$)期に選択可能なブランドの集合 A_{it} ($A_{it} = \{h | h = 1, \dots, H\}$)の中からあるブランド k ($k \in A_{it}$)を選択する時、各消費者が選択ブランドに対してロイヤリティがある場合とない場合とでは、その選択行動は異質なものであると考える。この仮定をモデルに表現するために、消費者 i をロイヤリティを持つブランド p ($p \in A_{it}$)別にセグメント化する。これは以下の式(15)および(16)のように表せる。

$$i(p) = 1, \dots, N(p) \quad (15)$$

$$N = N(1) + \dots + N(H) \quad (16)$$

選択結果を示すインディケータ変数を $y_{i(p)t}$ とし、 $y_{i(p)t} = k$ は特定のブランド p にロイヤリティを有する消費者 $i(p)$ が t 期にブランド k を選択したことを意味する。

3.1.2 効用関数

一般的に、選択行動の背後には連続的な潜在効用があるとされる。ここで、選択行動が $y_{i(p)t} = k$ の時、潜在効用を $U_{i(p)kt}$ と表現する。消費者は効用最大化原理に従い、その時点で選択可能な選択肢の中から各自の効用が最大になるような選択肢を最も望ましいものとして選択する(佐藤・樋口 (2013))。これは、式(17)と表現ができる。

$$U_{i(p)kt} = \max\{U_{i(p)11t}, \dots, U_{i(p)1Ht}\} \quad (17)$$

効用 $U_{i(p)Ikt}$ は、説明変数の線形結合で表現される確定的部分 $V_{i(p)Ikt}$ と確率分布に従って変動する確率的部分 $e_{i(p)Ikt}$ の2つの部分から構成され、それらの和で表現できる。仮定3から式(18)のように $V_{i(p)Ikt}$ は個票データ項と時系列データ項の和で表現できる。

$$\begin{aligned} U_{i(p)Ikt} &= V_{i(p)kt} + e_{i(p)kt} \\ &= \alpha_{i(p)k}^0 + \sum_{m=1}^M \alpha_{i(p)I}^m x_{i(p)kt}^m + \sum_{l=1}^L \beta_{i(p)I}^l w_{kt}^l + e_{i(p)kt} \end{aligned} \quad (18)$$

切片 $\alpha_{i(p)k}^0$ は各消費者 $i(p)$ にとっての選択ブランド k 固有のブランド価値を示すものである。変数 x_{ikt}^m は各消費者が直面する $M(m = 1, \dots, M)$ 種類の固有のマーケティング変数であり、商品価格やプロモーション、家庭内在庫等が挙げられる。変数 w_{ht}^l は時系列変化する個人レベルで紐づかない $L(l = 1, \dots, L)$ 種類の外部環境変数であり、視聴率や検索数といった変数である。マーケティング変数及び外部環境変数の潜在効用に対する回帰パラメーターを $\alpha^m(m = 1, \dots, M)$ 、 $\beta^l(l = 1, \dots, L)$ と表す。本稿では反応係数は消費者 $i(p)$ のみの異質性を考慮し、 $\alpha_{i(p)}^m, \beta_{i(p)}^l$ とする。

3.1.3 プロビットモデルの導入

プロビットモデルは識別性の問題と多重積分の問題を持つ。

各ブランドの効用水準を共通に変化させる位置パラメーターに関する識別性の問題は H 番目の選択肢を基準として他ブランド $h = 1, \dots, H - 1$ との差をとり相対効用を定義することで対処する(式(19))。

$$\begin{aligned} u_{i(p)ht} &= U_{i(p)ht} - U_{i(p)Ht} \\ &= (\alpha_{i(p)h}^0 - \alpha_{i(p)H}^0) + \sum_{m=1}^M \alpha_{i(p)I}^m (x_{i(p)ht}^m - x_{i(p)Ht}^m) + \sum_{l=1}^L \beta_{i(p)I}^l (w_{ht}^l - w_{Ht}^l) \\ &\equiv \alpha_{i(p)h}^0 + \sum_{m=1}^M \alpha_{i(p)}^m x_{i(p)ht}^m + \sum_{l=1}^L \beta_{i(p)}^l w_{ht}^l + \varepsilon_{i(p)ht} ; \quad h = 1, \dots, p, \dots, H - 1 \\ &\equiv \alpha_{i(p)h}^0 + \tilde{\mathbf{X}}_{i(p)ht}^T \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} + \varepsilon_{i(p)ht} \end{aligned} \quad (19)$$

$\alpha_{i(p)h}^0$ は相対化されたものに再定義したブランド固有の切片項、 $(M + L)$ 次元ベクトル $\tilde{\mathbf{X}}_{i(p)ht} = (x_{i(p)ht}^1, \dots, x_{i(p)ht}^M; w_{i(p)ht}^1, \dots, w_{i(p)ht}^L)^T$ 及び $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} = (\alpha_{i(p)}^1, \dots, \alpha_{i(p)}^M; \beta_{i(p)}^1, \dots, \beta_{i(p)}^L)^T$ は

相対化されたマーケティング変数及び外部環境変数をまとめた説明変数ベクトルとそれらに関する反応係数ベクトルである。ここで、切片項も含めたベクトルで表せば

$$u_{i(p)ht} \equiv \mathbf{X}_{i(p)ht}^T \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \varepsilon_{i(p)ht} \quad (20)$$

となる。 $(H - 1 + M + L)$ 次元ベクトル $\mathbf{X}_{i(p)ht} = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0; \tilde{\mathbf{X}}_{i(p)ht}^T)^T$ および $\boldsymbol{\mu}_{i(p)} = (\alpha_{i(p)1}^0, \dots, \alpha_{i(p)h}^0, \dots, \alpha_{i(p)H-1}^0; \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)ht}^T)^T$ は、ブランド h の切片に対応する部分と $\tilde{\mathbf{X}}_{i(p)ht}$ を合わせた説明変数ベクトル及びブランド $h = 1, \dots, H - 1$ それぞれに固有の切片項も含めた反応係数ベクトルである。この時、ブランド k が選択される為に満たされなければならない制約を $H - 1$ 次元空間の領域で表すと、

$$R_{i(p)t}^{H-1} = \mathbf{u}_{i(p)t}^\alpha \begin{cases} u_{i(p)kt} = \max\{u_{i(p)1t}, \dots, u_{i(p)kH-1t}\} > 0 & \text{if } y_{i(p)t} = k (\leq H - 1) \\ u_{i(p)kt} \leq 0, \forall h & \text{if } y_{i(p)t} = H \end{cases} \quad (21)$$

となる。消費者 $i(p)$ が t 期にブランド k を選択する確率は、 $u_{i(p)1t}, \dots, u_{i(p)H-1t}$ の同時確率分布である $H - 1$ 変量正規分布の密度関数を $f(u_{i(p)1t}, \dots, u_{i(p)H-1t})$ と定義すると、(22) のようにあらわせる。

$$Pr(y_{i(p)t} = k) = \int_{R_{i(p)t}^{H-1}} f(u_{i(p)1t}, \dots, u_{i(p)H-1t}) du_{i(p)1t} \dots du_{i(p)H-1t} \quad (22)$$

多重積分の問題は、Geman and Geman (1984) が提案したデータ拡大の手法で解決できる。これに従って、観測データ $\{y_{i(p)t}, \mathbf{X}_{i(p)t}\}$ に整合的になるよう切断正規分布 (Truncated Normal) からサンプリングした潜在効用 $u_{i(p)ht}^\alpha$ を被説明変数とする回帰モデルを設定することで、離散選択を回避できる。 $\mathbf{u}_{i(p)t}^\alpha = (u_{i(p)1t}, \dots, u_{i(p)H-1t})^T$ としてベクトル表記すると、

$$\begin{pmatrix} u_{i(p)1t}^\alpha \\ u_{i(p)2t}^\alpha \\ \vdots \\ u_{i(p)H-1t}^\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{i(p)1t}^0 \\ \alpha_{i(p)2t}^0 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)H-1t}^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{i(p)1t}^T \\ \mathbf{X}_{i(p)2t}^T \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{i(p)H-1t}^T \end{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{i(p)1t} \\ \varepsilon_{i(p)2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i(p)H-1t} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{u}_{i(p)1t}^\alpha = \alpha_{i(p)1t}^0 + \mathbf{X}_{i(p)1t} \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \varepsilon_{i(p)1t}$$

となる。 $(H - 1 + M + L) \times (H - 1)$ 行列 $\mathbf{X}_{i(p)t}$ は、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{i(p)t} &= \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{i(p)1t}^T \\ \mathbf{X}_{i(p)2t}^T \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{i(p)H-1t}^T \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \tilde{\mathbf{X}}_{i(p)1t}^T \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \tilde{\mathbf{X}}_{i(p)2t}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \tilde{\mathbf{X}}_{i(p)H-1t}^T \end{bmatrix} \\ &= \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i(p)1t}'^1 & x_{i(p)1t}'^2 & \dots & x_{i(p)1t}'^M \\ x_{i(p)2t}'^1 & x_{i(p)2t}'^2 & \dots & x_{i(p)2t}'^M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i(p)H-1t}'^1 & x_{i(p)H-1t}'^2 & \dots & x_{i(p)H-1t}'^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{1t}'^1 & w_{1t}'^2 & \dots & w_{1t}'^L \\ w_{2t}'^1 & w_{2t}'^2 & \dots & w_{2t}'^L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{H-1t}'^1 & w_{H-1t}'^2 & \dots & w_{H-1t}'^L \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

である。

ここで、ブランド間の誤差項の相関を表す分散共分散行列を Σ として、

$$\varepsilon_{i(p)t} \sim TN_{H-1}[R_{i(p)t}^{H-1}](0, \Sigma) \quad (25)$$

スケールを共通に変化させる尺度パラメーターに関する識別性の問題に対処する為、通常、 Σ に対して $\sigma_{11} = 1$ の制約を課すので、式(26)のように表現できる。

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1,H-1} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2,H-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{H-1,1} & \cdots & \cdots & \sigma_{H-1,H-1} \end{pmatrix} \quad (26)$$

3.1.4 条件付きプロビットモデル

仮定1を定式化する為、本稿では条件付きプロビットモデルを用いる。消費者 $i(p)$ が t 期にブランド k を選択する確率は式(27)のように表現できる。

$$\begin{aligned} & Pr(y_{i(p)t} = k | \mu_{i(p)}, \Sigma) \\ &= Pr(\mathbf{u}_{i(p)t} \in R_{it}^{H-1} | \mu_{i(p)}, \Sigma) \\ &= \int_{R_{it}^{H-1}} p(\mathbf{u}_{i(p)t} | \mathbf{X}_{i(p)t}, \mu_{i(p)}, \Sigma) d\mathbf{u}_{i(p)t} \\ &= \int_{R_{it}^{H-1}} (2\pi)^{-\frac{H-1}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \\ & \quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{u}_{i(p)t} - (\mathbf{X}_{i(p)t} \mu_{i(p)}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{u}_{i(p)t} - (\mathbf{X}_{i(p)t} \mu_{i(p)})) \right\} d\mathbf{u}_{i(p)t} \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、消費者ごとに異なる購買回数を $j = 1, \dots, J_{i(p)}$ で表現し、 t_j でカレンダータイムと対応させる(ただし j はこれ以降必要のない場合は明示しない)。 $y_{i(p)} = \{y_{i(p)t_j}, j = 1, \dots, J_{i(p)}\}$ に対する選択確率は、

$$Pr(y_{i(p)} | \mu_{i(p)}, \Sigma) = \prod_{j=1}^{J_{i(p)}} \int_{R_{it}^{H-1}} p(\mathbf{u}_{i(p)t} | \mathbf{X}_{i(p)t}, \mu_{i(p)}, \Sigma) d\mathbf{u}_{i(p)t_j} \quad (28)$$

これは、 $\mu_{i(p)}$ に着目すれば効用の尤度関数でもある。

3.1.5 ブランド固有の切片項

仮定1・2を表現する為、切片項に階層構造を設定する。切片項は、反応係数とは区別され、各消費者にとってのブランド価値を示すブランド固有のものであると考える。すなわち、切片は消費者属性情報項とブランド固有項、確率変動項の3つの部分から構成される。切片項 $\alpha_{i(p)k}^0$ には、ブランド固有の定数項と、消費者の属性情報を示した $Q(q = 1, \dots, Q)$ 種類のデモグラフィック変数 $z_{i(p)q}$ (ベクトル表記すると $\mathbf{Z}_{i(p)} = (z_{i(p)1}, \dots, z_{i(p)Q})^T$)によって説明できる部分が存在する。こ

のことは式(29)によって表される。

$$\alpha_{i(p)k}^0 = \theta_{\alpha^0 k} + \theta_{\alpha^0 1} z_{i(p)1} + \cdots + \theta_{\alpha^0 Q} z_{i(p)Q} + \eta_{\alpha_{i(p)k}^0} ; k = 1, \dots, H-1 \quad (29)$$

$\theta_{\alpha^0 k} (k = 1, \dots, H-1)$ はブランドごとに異なる値をとる定数項であり、 $\theta_{\alpha^0 q} (q = 1, \dots, Q)$ はデモグラフィック変数に関する回帰係数、 $\eta_{\alpha_{i(p)k}^0}$ は確率変動する誤差項である。ベクトル表記すると、

$$\alpha_{i(p)k}^0 = \mathbf{Z}_{i(p)k}^T \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0} + \eta_{\alpha_{i(p)k}^0} \quad (30)$$

となる。 $(H-1+Q)$ 次元ベクトル $\mathbf{Z}_{i(p)k} = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0; \mathbf{Z}_{i(p)}^T)^T$ および $\boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0} = (\theta_{\alpha^0 01}, \dots, \theta_{\alpha^0 0k}, \dots, \theta_{\alpha^0 0H-1}; \theta_{\alpha^0 1}, \dots, \theta_{\alpha^0 Q})^T$ は、ブランド k 固有の定数項の為に k 番目は1、 $h \neq K$ 番目は0をとる部分とデモグラフィック変数からなるブランド k に関する説明変数ベクトル及びすべての定数項を含む回帰係数ベクトルである。 $k = 1, \dots, H-1$ についてまとめると、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \alpha_{i(p)1}^0 \\ \alpha_{i(p)2}^0 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)H-1}^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{i(p)1}^T \\ \mathbf{Z}_{i(p)2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{i(p)H-1}^T \end{pmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)1}^0} \\ \eta_{\alpha_{i(p)2}^0} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)H-1}^0} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1, 0, \dots, 0; \mathbf{Z}_{i(p)}^T) \\ (0, 1, \dots, 0; \mathbf{Z}_{i(p)}^T) \\ \vdots \\ (0, 0, \dots, 1; \mathbf{Z}_{i(p)}^T) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{\alpha^0 01} \\ \theta_{\alpha^0 02} \\ \vdots \\ \theta_{\alpha^0 0H-1} \\ \theta_{\alpha^0 1} \\ \vdots \\ \theta_{\alpha^0 Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)1}^0} \\ \eta_{\alpha_{i(p)2}^0} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)H-1}^0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i(p)}^0 \equiv \tilde{\mathbf{Z}}_{i(p)} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0} + \boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)1}^0} \quad (32)$$

ここで、 $(H-1)$ 次元ベクトル $\boldsymbol{\alpha}_{i(p)}^0 = (\alpha_{i(p)1}^0, \dots, \alpha_{i(p)H-1}^0)^T$ 及び $\boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)1}^0} = (\eta_{\alpha_{i(p)1}^0}, \dots, \eta_{\alpha_{i(p)H-1}^0})^T$ は効用関数における切片項ベクトル及び誤差項ベクトル、 $(H-1+Q) \times (H-1)$ 行列は $\mathbf{Z}_{i(p)k}^T$ を $k = 1, \dots, H-1$ について縦に並べた行列であり、 $(H-1)$ 次の正方単位行列の横にデモグラフィック変数ベクトル $\mathbf{Z}_{i(p)}$ を $(H-1)$ 行分重ねた説明変数ベクトルである。

3.1.6 反応係数

仮定1・2を踏まえた反応係数を定式化する。

(1)ブランドロイヤリティの考慮

仮定1より、消費者が選択行動をとる時、選択ブランド k がロイヤリティのあるブランド p か否かをインディケーター変数

$$I = \begin{cases} 1 & \text{if } k \neq p \\ 0 & \text{if } k = p \end{cases} \quad (33)$$

によって区別し、反応係数 $\alpha_{i(p)}^m$ 及び $\beta_{i(p)}^l$ を以下のように場合分けした。

$$\alpha_{i(p)}^m = \alpha_{i(p)I}^m = \begin{cases} \alpha_{i(p)0}^m & \text{if } I = 0 \\ \alpha_{i(p)1}^m & \text{if } I = 1 \end{cases} \quad m = 1, \dots, M \quad (34)$$

$$\beta_{i(p)}^l = \alpha_{i(p)I}^m = \begin{cases} \beta_{i(p)0}^l & \text{if } I = 0 \\ \beta_{i(p)1}^l & \text{if } I = 1 \end{cases} \quad l = 1, \dots, L \quad (35)$$

推定される反応係数パラメーターの数は $(M + L) \times 2$ 個である。ロイヤリティを持たないブランド群に対しては、共通の反応係数を設定する。例として、A～Eの5ブランドが存在している市場において、ブランドAにロイヤリティのある消費者 $i(A)$ の選択行動について考える。図2に効用関数の概観図を示した。消費者 $i(A)$ の効用 $U_{i(A)kt}$ に対する各ブランドの価格 $P_{i(p)kt}$ への反応係数を $\alpha_{i(A)I}^{Price}$ 、選択ブランド固有の切片項 $\alpha_{i(p)k}^0$ とする。ロイヤリティのあるブランドAの効用に対しては反応係数 $\alpha_{i(A)0}^{Price}$ を用い、ロイヤリティを持たないB～Eに関しては、反応係数 $\alpha_{i(A)1}^{Price}$ を共通に用いる。

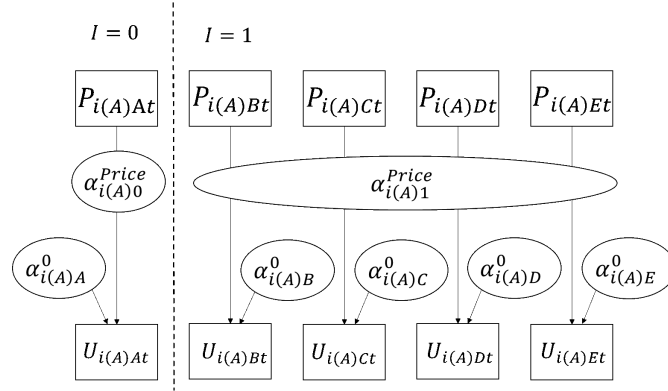


図2 各ブランドの価格変数への反応係数 $\alpha_{i(A)I}^{Price}$

(2)階層モデル

(1)を踏まえて反応係数に階層モデルを設定する。消費者 $i(p)$ の反応係数 $\alpha_{i(p)}^m$ 及び $\beta_{i(p)}^l$ は、前項の切片と同様にデモグラフィック変数 $z_{i(p)q}$ ($\mathbf{Z}_{i(p)} = (z_{i(p)1}, \dots, z_{i(p)Q})^T$)によって説明できる部分が存在する考えるので、

$$\begin{aligned} \alpha_{i(p)I}^m &= \theta_{\alpha I 0}^m + \theta_{\alpha I 1}^m z_{i(p)1} + \theta_{\alpha I 2}^m z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\alpha I Q}^m z_{i(p)Q} + \eta_{\alpha_{i(p)I}^m} \\ &= \begin{cases} \alpha_{i(p)0}^m = \theta_{\alpha 0 0}^m + \theta_{\alpha 0 1}^m z_{i(p)1} + \theta_{\alpha 0 2}^m z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\alpha 0 Q}^m z_{i(p)Q} + \eta_{\alpha_{i(p)0}^m} \\ \alpha_{i(p)1}^m = \theta_{\alpha 1 0}^m + \theta_{\alpha 1 1}^m z_{i(p)1} + \theta_{\alpha 1 2}^m z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\alpha 1 Q}^m z_{i(p)Q} + \eta_{\alpha_{i(p)1}^m} \end{cases} \quad m = 1, \dots, M \quad (36) \\ \beta_{i(p)I}^l &= \theta_{\beta I 0}^l + \theta_{\beta I 1}^l z_{i(p)1} + \theta_{\beta I 2}^l z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\beta I Q}^l z_{i(p)Q} + \eta_{\beta_{i(p)I}^l} \\ &= \begin{cases} \beta_{i(p)0}^l = \theta_{\beta 0 0}^l + \theta_{\beta 0 1}^l z_{i(p)1} + \theta_{\beta 0 2}^l z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\beta 0 Q}^l z_{i(p)Q} + \eta_{\beta_{i(p)0}^l} \\ \beta_{i(p)1}^l = \theta_{\beta 1 0}^l + \theta_{\beta 1 1}^l z_{i(p)1} + \theta_{\beta 1 2}^l z_{i(p)2} + \dots + \theta_{\beta 1 Q}^l z_{i(p)Q} + \eta_{\beta_{i(p)1}^l} \end{cases} \quad l = 1, \dots, L \quad (37) \end{aligned}$$

と表せる。ここで、 $\theta_{\alpha I 0}^m, \theta_{\beta I 0}^l$ は定数項、 $\theta_{\alpha I q}^m, \theta_{\beta I q}^l (q = 1, \dots, Q)$ はデモグラフィック変数の回帰係数、 $\eta_{\alpha_{i(p)I}}^m, \eta_{\beta_{i(p)I}}^l$ は誤差項であり、これらは I に従って異なる。反応係数をベクトル表記すると、

$$\alpha_{i(p)I}^m = \begin{cases} \mathbf{Z}_{i(p)}^{*\mathbf{T}} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}^m + \eta_{\alpha_{i(p)0}}^m & m = 1, \dots, M \\ \mathbf{Z}_{i(p)}^{*\mathbf{T}} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}^m + \eta_{\alpha_{i(p)1}}^m \end{cases} \quad (38)$$

$$\beta_{i(p)I}^l = \begin{cases} \mathbf{Z}_{i(p)}^{*\mathbf{T}} \boldsymbol{\Theta}_{\beta 0}^l + \eta_{\beta_{i(p)0}}^l & l = 1, \dots, L \\ \mathbf{Z}_{i(p)}^{*\mathbf{T}} \boldsymbol{\Theta}_{\beta 1}^l + \eta_{\beta_{i(p)1}}^l \end{cases} \quad (39)$$

$(Q + 1)$ 次元ベクトル $\mathbf{Z}_{i(p)}^{*\mathbf{T}} = (1, z_{i(p)1}, \dots, z_{i(p)Q})$ はデモグラフィック変数ベクトル $\mathbf{Z}_{i(p)}$ の先頭に定数項の為の1を置いた説明変数ベクトル、 $\boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}^m, \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}^m, \boldsymbol{\Theta}_{\beta 0}^l, \boldsymbol{\Theta}_{\beta 1}^l$ は回帰係数ベクトルである。 $\alpha_{i(p)0}^m, \alpha_{i(p)1}^m$ をそれぞれ $m = 1, \dots, M$ についてまとめて、 M 次元ベクトル $\boldsymbol{\alpha}_{i(p)0} = (\alpha_{i(p)0}^1, \alpha_{i(p)0}^2, \dots, \alpha_{i(p)0}^M)^\mathbf{T}$ 及び $\boldsymbol{\alpha}_{i(p)1} = (\alpha_{i(p)1}^1, \alpha_{i(p)1}^2, \dots, \alpha_{i(p)1}^M)^\mathbf{T}$ とすると、

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i(p)0}^1 \\ \alpha_{i(p)0}^2 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)0}^M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}^{1\mathbf{T}} \\ \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}^{2\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}^{M\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)0}}^1 \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}}^2 \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)0}}^1 \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}}^2 \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}}^M \end{pmatrix} \quad (40)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i(p)0} \equiv \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0} \mathbf{Z}_{i(p)}^* + \boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)0}} \quad (41)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i(p)01}^1 \\ \alpha_{i(p)1}^2 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)1}^M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}^{1\mathbf{T}} \\ \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}^{2\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}^{M\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)1}}^1 \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}}^2 \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}}^M \end{pmatrix} \quad (42)$$

$$= \begin{bmatrix} (\theta_{\alpha 10}^1, \theta_{\alpha 11}^1, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^1) \\ (\theta_{\alpha 10}^2, \theta_{\alpha 11}^2, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^2) \\ \vdots \\ (\theta_{\alpha 10}^M, \theta_{\alpha 11}^M, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^M) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)1}}^1 \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}}^2 \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}}^M \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i(p)1} \equiv \boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1} \mathbf{Z}_{i(p)}^* + \boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)1}} \quad (43)$$

と表せる。 $(Q + 1) \times M$ 行列 $\boldsymbol{\Theta}_{\alpha 0}$ 及び $\boldsymbol{\Theta}_{\alpha 1}$ は回帰係数行列であり、 M 次元ベクトル $\boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)0}}$ 及び $\boldsymbol{\eta}_{\alpha_{i(p)1}}$ は、誤差項ベクトルである。 $\beta_{i(p)0}^l, \beta_{i(p)1}^l$ においても同様に $l = 1, \dots, L$ についてまとめると、式のように表現できる。

$$\boldsymbol{\beta}_{i(p)0} \equiv \boldsymbol{\Theta}_{\beta 0} \mathbf{Z}_{i(p)}^* + \boldsymbol{\eta}_{\beta_{i(p)0}} \quad (44)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{i(p)1} \equiv \boldsymbol{\Theta}_{\beta 1} \mathbf{Z}_{i(p)}^* + \boldsymbol{\eta}_{\beta_{i(p)1}} \quad (45)$$

L 次元ベクトル $\beta_{i(p)0} = (\beta_{i(p)0}^1, \beta_{i(p)0}^2, \dots, \beta_{i(p)0}^L)^T$ 及び $\beta_{i(p)1} = (\beta_{i(p)1}^1, \beta_{i(p)1}^2, \dots, \beta_{i(p)1}^L)^T$ は反応係数ベクトル、 $\eta_{\beta_{i(p)0}}, \eta_{\beta_{i(p)1}}$ は誤差項ベクトルである。また、 $(Q+1) \times L$ 行列 $\Theta_{\beta 0}$ 及び $\Theta_{\beta 1}$ は回帰係数行列である。ここで、 $\alpha_{i(p)0}$ と $\alpha_{i(p)1}$ をまとめて $\alpha_{i(p)} = (\alpha_{i(p)0}^T, \alpha_{i(p)1}^T)^T$ と表現することによってマーケティング変数の反応係数ベクトルを定義する。

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i(p)0}^1 \\ \alpha_{i(p)0}^2 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)0}^M \\ \alpha_{i(p)1}^1 \\ \alpha_{i(p)1}^2 \\ \vdots \\ \alpha_{i(p)1}^M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{\alpha 0}^{1T} \\ \Theta_{\alpha 0}^{2T} \\ \vdots \\ \Theta_{\alpha 0}^{MT} \\ \Theta_{\alpha 1}^{1T} \\ \Theta_{\alpha 1}^{2T} \\ \vdots \\ \Theta_{\alpha 1}^{MT} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)0}^1} \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}^2} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}^M} \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^1} \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^2} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^M} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (\theta_{\alpha 00}^1, \theta_{\alpha 01}^1, \dots, \theta_{\alpha 0Q}^1) \\ (\theta_{\alpha 00}^2, \theta_{\alpha 01}^2, \dots, \theta_{\alpha 0Q}^2) \\ \vdots \\ (\theta_{\alpha 00}^M, \theta_{\alpha 01}^M, \dots, \theta_{\alpha 0Q}^M) \\ (\theta_{\alpha 10}^1, \theta_{\alpha 11}^1, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^1) \\ (\theta_{\alpha 10}^2, \theta_{\alpha 11}^2, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^2) \\ \vdots \\ (\theta_{\alpha 10}^M, \theta_{\alpha 11}^M, \dots, \theta_{\alpha 1Q}^M) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z_{i(p)1} \\ \vdots \\ z_{i(p)Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{\alpha_{i(p)0}^1} \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}^2} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)0}^M} \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^1} \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^2} \\ \vdots \\ \eta_{\alpha_{i(p)1}^M} \end{pmatrix} \quad (46)$$

$$\alpha_{i(p)} \equiv \Theta_{\alpha} Z_{i(p)}^* + \eta_{\alpha_{i(p)}} \quad (47)$$

Θ_{α} は $(Q+1) \times (M \times 2)$ 行列、 $\eta_{\alpha_{i(p)}}$ は $(M \times 2)$ 次元ベクトルである。同様に、 $\beta_{i(p)} = (\beta_{i(p)0}^T, \beta_{i(p)1}^T)^T$ とまとめて、外部環境変数の反応係数ベクトルとすると、

$$\beta_{i(p)} \equiv \Theta_{\beta} Z_{i(p)}^* + \eta_{\beta_{i(p)}} \quad (48)$$

となる。 Θ_{β} は $(Q+1) \times (L \times 2)$ 行列、 $\eta_{\beta_{i(p)}}$ は $(L \times 2)$ 次元ベクトルである。最後に、反応係数を統一的に $\mu_{i(p)}^* = (\alpha_{i(p)}^T, \beta_{i(p)}^T)^T$ とすると、

$$\mu_{i(p)}^* \equiv \Theta_{\mu} Z_{i(p)}^* + \eta_{\mu_{i(p)}^*} \quad (49)$$

と表せる。ここで Θ_{μ} は $(Q+1) \times (M \times 2 + L \times 2)$ 行列である。誤差項をまとめた $\eta_{\mu_{i(p)}^*}$ は $(M \times 2 + L \times 2)$ 次元ベクトルである。

3.1.7 まとめ

ここまでで説明したブランド固有切片と反応係数の階層構造を統一的に表現する。ブランド固有切片と反応係数をすべて1つのベクトル内で表すと、

$$\boldsymbol{\mu}_{i(p)} = \left(\boldsymbol{\alpha}_{i(p)}^T, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}^{*T} \right)^T \quad (50)$$

階層モデルにおける回帰係数もすべて1つのベクトル内で表すと、

$$\boldsymbol{\Theta} = \left(\boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0}^T, \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0}^{1T}, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^0}^{MT}, \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^1}^{1T}, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{\alpha^1}^{MT}, \boldsymbol{\Theta}_{\beta^0}^T, \boldsymbol{\Theta}_{\beta^0}^{1T}, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{\beta^0}^{LT}, \boldsymbol{\Theta}_{\beta^1}^{1T}, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{\beta^1}^{LT} \right)^T \quad (51)$$

これらによってパラメーターの階層モデルは、

$$\boldsymbol{\mu}_{i(p)} = \tilde{\mathbf{Z}}_{i(p)}^* \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\eta}_{i(p)} ; \boldsymbol{\eta}_{i(p)} \sim MVN(0, V) \quad (52)$$

という1式で表現可能になる。ここで、説明変数行列 $\tilde{\mathbf{Z}}_{i(p)}^*$ は、 $\{(H-1+Q) + (Q+1) \times 4\} \times \{(H-1) + M \times 2 + L \times 2\}$ である。誤差項ベクトル $\boldsymbol{\eta}_{i(p)}$ は平均0、分散 V の多変量正規分布に従うとする。ここまでの階層モデルの設定を踏まえると、ブランド固有切片及び反応係数すなわち効用関数における回帰パラメーターの尤度は、

$$p(\boldsymbol{\mu}_{i(p)} | \boldsymbol{\Theta}, V, \mathbf{Z}_{i(p)}) \quad (53)$$

と表せる。

3.2 推定方法

3.2.1 同時事後分布の導出

これまで構築してきた階層ベイズ条件付きプロビットモデルはMCMC法により推定される。MCMC法のアルゴリズムを構成するにはパラメーターの同時事後分布とその分解が不可欠である。無閉路有向グラフ(DAG⁴)を図3に示す。式(28),(52)から同時事後分布は

$$\begin{aligned} & p(\{\boldsymbol{\mu}_{i(p)}\}, \boldsymbol{\Theta}, \Sigma, \mathbf{V}_\mu | \{y_{i(p)t_j}\}, \{\mathbf{X}_{i(p)t_j}\}, \{\mathbf{Z}_{i(p)}\}) \\ & \propto p(\{y_{i(p)t_j}\}, \{\mathbf{X}_{i(p)t_j}\}, \{\mathbf{Z}_{i(p)}\}, \{\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a\}, \{\boldsymbol{\mu}_{i(p)}\}, \boldsymbol{\Theta}, \Sigma, \mathbf{V}_\mu,) \\ & \propto p(\boldsymbol{\theta} | V) p(V) p(\Sigma) \\ & \quad \times \prod_{p=1}^H \prod_{i(p)=1}^{N(p)} \left\{ p(\boldsymbol{\mu}_{i(p)} | \boldsymbol{\Theta}, \mathbf{V}_\mu, \mathbf{Z}_{i(p)}) \prod_{j=1}^{J_{i(p)}} \int_{R_{i(p)t}^{H-1}} p(\mathbf{u}_{i(p)} | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) d\mathbf{u}_{i(p)t_j} \right\} \end{aligned} \quad (54)$$

となる。 $p(\Sigma), p(V)$ は、効用関数及び階層モデルにおける分散共分散パラメーターで、階層ベイズモデルにおけるハイパーパラメーターである Σ, V に対する事前分布である。

⁴ 無閉路有向グラフ(Directed Acyclic Graph; DAG)とは、パラメーターとデータの依存関係を表し、同時分布の導出に用いることができる。パラメーターを○、データを□のノードで表し、ノード間の依存関係を矢印で結ぶ。

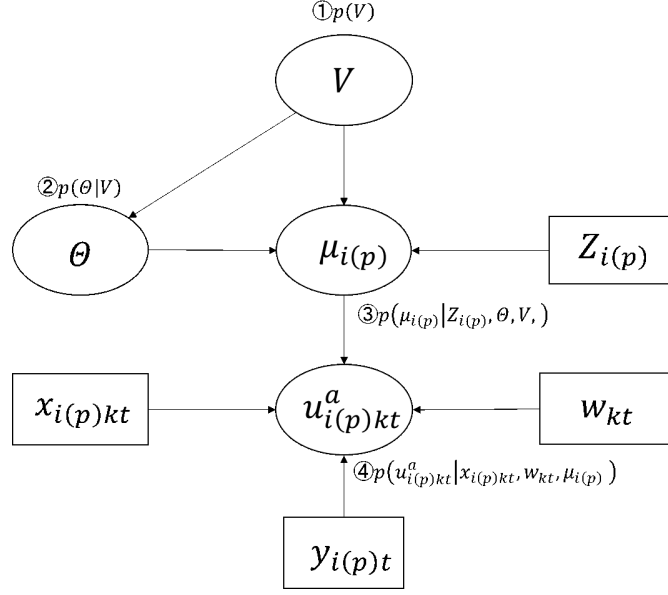


図3 提案モデルの無閉路有向グラフ

$p(\Theta|V)$ は V によって規定される階層モデル内の回帰パラメーター Θ の条件付き事前分布である。 $p(\mu_{i(p)}|\Theta, V, Z_{i(p)})$ は効用関数の切片項及び反応係数 $\mu_{i(p)}$ が与えられたもとは Θ の尤度関数であり、効用 $\{u_{i(p)kt}^a\}$ が与えられたもとは $\mu_{i(p)}$ の条件付き事前分布である。ここで、本稿で用いている階層ベイズモデルが、ハイパーパラメーターに対しても不確実性を考慮するフルベイズ法であることから、同時事後分布導出の為にハイパーパラメーターも含めた各パラメーターに事前分布を設定する必要がある。尚、事前分布の設定に際し照井 (2008)を参考にした。効用関数における回帰パラメーター $\mu_{i(p)}$ に関しては、階層モデルが事前分布である。したがって、

$$\mu_{i(p)}|\Theta, V, Z_{i(p)}, V \sim MVN(\tilde{Z}_{i(p)}^* \Theta, V) \quad (55)$$

となる。続いて、効用の分散共分散パラメーター Σ について、多変量正規分布の尤度関数に対する自然共役事前分布である逆ウィッシュャート分布を事前分布に設定する。

$$\Sigma \sim IW_{H-1}(s_0, R_0^{-1}) \quad (56)$$

反応係数 $\mu_{i(p)}$ の階層モデルについては、多変量回帰モデルに対する共役事前分布として、 V_μ を条件付きとした正規-逆ウィッシュャート事前分布を利用できるので $\mu_{i(p)}$ は、

$$\delta = \text{vec}(\Theta)|V \sim MVN(\bar{d}, (V \otimes A_d^{-1})) \quad (57)$$

分散共分散パラメーターは

$$V \sim IW_{H-1+M+L}, (f_0, V_0^{-1}) \quad (58)$$

と設定できる。

3.2.2 MCMC法のアルゴリズム

前項で導出した同時事後分布とその分解をもとに、MCMC法のアルゴリズムを構成する。アルゴリズムは以下に示す6つの部分から構成でき、各部分に対応する完全条件付き事後分布をギブスサンプリングにより評価し、同時事後分布を求める。照井 (2008)と佐藤・樋口 (2013)を参考に各部分を具体的に見ていく。

(1)潜在効用 $\mathbf{u}_{i(p)}^a$ の発生： $\mathbf{u}_{i(p)}^a | y_{i(p)}, \mathbf{X}_{i(p)t}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma$

t 期の潜在効用 $\mathbf{u}_{i(p)}^a$ は、データ拡大法を用いて各期のブランド選択データ $y_{i(p)t} = k$ に対応するよう設定した式(22)の制約 $R_{i(p)t}^{H-1}$ のもとで、切断正規分布からのサンプリングを行う。

$$\mathbf{u}_{i(p)}^a | y_{i(p)}, \mathbf{X}_{i(p)t}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma \sim TN_{H-1}[\mathbf{R}_{i(p)t}^{H-1}] (\mathbf{X}_{i(p)t} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \quad (59)$$

(2)効用関数の回帰係数の発生： $\boldsymbol{\mu}_{i(p)} | \mathbf{u}_{i(p)}^a, \mathbf{X}_{i(p)t}, \Sigma, \boldsymbol{\Theta}, V, \mathbf{Z}_{i(p)}$

同時条件付き事後分布の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\mu}_{i(p)} | \boldsymbol{\Theta}, V, \mathbf{Z}_{i(p)}) \left[\prod_{j=1}^{J_{i(p)}} \int_{R_{i(p)t}^{H-1}} p(\mathbf{u}_{i(p)t_j} | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) d\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a \right] \quad (60)$$

であり、(1)のデータ拡大によって生成された効用ベクトル $\{\mathbf{u}_{i(p)t}^a\}$ を使って、

$$p(\boldsymbol{\mu}_{i(p)} | \boldsymbol{\Theta}, V, \mathbf{Z}_{i(p)}) \left[\prod_{j=1}^{J_{i(p)}} p(\mathbf{u}_{i(p)t_j} | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \right] \quad (61)$$

これは、既知の分散共分散行列 Σ をもつ線形回帰モデルにおける係数パラメーターのベイズ推測である。これに際し、次の処理を行う。まず、 $\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a = \boldsymbol{\alpha}_{i(p)}^0 + \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_j}$, $t_j = t_1, \dots, t_{J_{i(p)}}$ 本の回帰式を

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{i(p)t_1}^a \\ \mathbf{u}_{i(p)t_2}^a \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i(p)t_{J_{i(p)}}}^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{i(p)t_1}^a \\ \mathbf{X}_{i(p)t_2}^a \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{i(p)t_{J_{i(p)}}}^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1}^a \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2}^a \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_{i(p)}}}^a \end{pmatrix} \quad (62)$$

とまとめて $\mathbf{u}_{i(p)}^a = \mathbf{X}_{i(p)} \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)}$ と書く。このとき、

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)}) &= E(\boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)}') \\
&= E \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1}' & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2}' & \cdots & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}}' \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1}' & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2}' & \cdots & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}}' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_1}' & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_2}' & \cdots & \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}} \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_{J_i(p)}}' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \Sigma & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Sigma & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Sigma \end{pmatrix} \\
&= I_{J_i(p)} \otimes \Sigma
\end{aligned} \tag{63}$$

の関係となる。つまり、

$$\prod_{j=1}^{J_i(p)} p(\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) = p(\mathbf{u}_{i(p)}^a | \mathbf{X}_{i(p)}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \tag{64}$$

であり、

$$\mathbf{u}_{i(p)}^a | \mathbf{X}_{i(p)}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma \sim N_{J_i(p) \times (H-1)}(\mathbf{X}_{i(p)} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, I_{J_i(p)} \otimes \Sigma) \tag{65}$$

の分布に従う。いま、 $\Sigma^{-1} = C^T C$ となる $H - 1$ 次正方行列を C とし、 $C \mathbf{u}_{i(p)t_j}^a = \mathbf{u}_{i(p)t_j}^*$, $C \mathbf{X}_{i(p)t_j} = \mathbf{X}_{i(p)t_j}^*$, $C \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_j} = \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_j}^*$ と変数の変換をすれば、対角行列の分散共分散行列をもつ効用ベクトルのシステム

$$\mathbf{u}_{i(p)t_j}^* = \mathbf{X}_{i(p)t_j}^* \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_j}^*, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)t_j}^* \sim N_{H-1}(\mathbf{0}, I_{H-1}) \tag{66}$$

が得られ、各変数を縦につないでできる $\mathbf{u}_{i(p)}^* = \mathbf{X}_{i(p)}^* \boldsymbol{\mu}_{i(p)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i(p)}^*$ の関係から

$$\mathbf{u}_{i(p)}^* | \mathbf{X}_{i(p)}^*, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma \sim N_{J_i(p) \times (H-1)}(\mathbf{X}_{i(p)}^* \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, I_{J_i(p) \times (H-1)}) \tag{67}$$

が得られ、相関のない正規線形回帰モデルの尤度が得られる。ここで、

$$\mathbf{u}_{i(p)} \sim N \left(\bar{b}, \left(\mathbf{X}_{i(p)}^{*T} \mathbf{X}_{i(p)}^* + V_\mu^{-1} \right)^{-1} \right) = N \left(\bar{b}, \left(\mathbf{X}_{i(p)}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}_{i(p)} + V_\mu^{-1} \right)^{-1} \right) \tag{68}$$

$$\begin{aligned}
\bar{b} &= \left(\mathbf{X}_{i(p)}^{*T} \mathbf{X}_{i(p)}^* + V_\mu^{-1} \right)^{-1} \left[\mathbf{X}_{i(p)}^{*T} \mathbf{X}_{i(p)}^* \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} + V_\mu^{-1} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} \right] \\
&= \left(\mathbf{X}_{i(p)}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}_{i(p)} + V_\mu^{-1} \right)^{-1} \left[\mathbf{X}_{i(p)}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}_{i(p)} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} + V_\mu^{-1} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} \right]
\end{aligned} \tag{69}$$

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} = (\mathbf{X}_{i(p)}^{*T} \mathbf{X}_{i(p)}^*)^{-1} \mathbf{X}_{i(p)}^{*T} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}^* = (\mathbf{X}_{i(p)}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}_{i(p)})^{-1} \mathbf{X}_{i(p)}^T \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}_{i(p)} \tag{70}$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_{i(p)} = \boldsymbol{\Theta}_\mu \mathbf{Z}_{i(p)}^* \tag{71}$$

が得られる。このとき、 $\Sigma^{-1} = C^T C$ から $\mathbf{X}_{i(p)}^{*\text{T}} \mathbf{X}_{i(p)}^* = \mathbf{X}_{i(p)}^T C^T C \mathbf{X}_{i(p)}$ および $\mathbf{X}_{i(p)}^{*\text{T}} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}^* = \mathbf{X}_{i(p)}^T C^T C \boldsymbol{\mu}_{i(p)}$ の関係にある。そして、 $\boldsymbol{\mu}_{i(p)}$ から $\boldsymbol{\mu}_{i(p)}^*$ への変数変換に伴うヤコビアンは Σ の関数であるが、条件付き分布で定数と定義できるのでの分布に影響を与えない。式(68) および式(69)の導出の際には、これらの関係を利用していることに注意する。

(3)効用関数の分散共分散行列 Σ の発生： $\Sigma|\{\mathbf{u}_{i(p)}^a\}, \{\boldsymbol{\mu}_{i(p)}\}, \{\mathbf{X}_{i(p)}\}$

同時事後分布の関連部分は、

$$p(\Sigma) \left[\prod_{p=1}^H \prod_{i(p)=1}^{N(p)} \prod_{j=1}^{J_{i(p)}} p(\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \right] \quad (72)$$

であり、(2)の記号では、

$$p(\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}) \right\} \quad (73)$$

であることから、 Σ の尤度関数は次のように書かれる。

$$\begin{aligned} & \prod_{p=1}^H \prod_{i(p)=1}^{N(p)} \prod_{j=1}^{J_{i(p)}} p(\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a | \mathbf{X}_{i(p)t_j}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \\ &= \prod_{p=1}^H \prod_{i(p)=1}^{N(p)} p(\mathbf{u}_{i(p)}^a | \mathbf{X}_{i(p)}, \boldsymbol{\mu}_{i(p)}, \Sigma) \\ &\propto |\Sigma|^{-\frac{HN(p)J_{i(p)}}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{p=1}^H \sum_{i(p)=1}^{N(p)} (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}) \right\} \\ &= |\Sigma|^{-\frac{HN(p)J_{i(p)}}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \left(\sum_{p=1}^H \sum_{i(p)=1}^{N(p)} (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}) (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)})^T \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (74)$$

これは平均が既知で $\mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}$ の分散共分散行列のベイズ推測に対応し、

$$\Sigma|\{\mathbf{u}_{i(p)t_j}^a\}, \{\boldsymbol{\mu}_{i(p)}\} \sim IW_{H-1}(S_n, R_n^{-1}) \quad (75)$$

となる。ここで、 $S_n = S_0 + \sum_{p=1}^H \sum_{i(p)=1}^{N(p)} J_{i(p)}$, $R_n^{-1} = R_0^{-1} + \sum_{p=1}^H \sum_{i(p)=1}^{N(p)} (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)}) (\mathbf{u}_{i(p)}^a - \mathbf{X}_{i(p)t_j} \boldsymbol{\mu}_{i(p)})^T$ である。

(4)階層モデルの回帰係数 Θ の発生： $\Theta|\{\boldsymbol{\mu}_{i(p)}\}, V, \{\mathbf{Z}_{i(p)}\}$

これは多変量回帰モデルにおいて誤差分散を既知とした場合の回帰係数行列のベイズ推測であるので以下のようになる。

$$\delta = \text{vec}(\Theta) \sim N_{kq} \left(\tilde{d}, V \otimes (Z^T Z + A_d)^{-1} \right) \quad (76)$$

ここで、 $\tilde{d} = \text{vec}(\tilde{D})$, $\tilde{D} = (Z^T Z + A_d)^{-1} (Z^T Z \hat{D} + A_d \bar{D})^{-1}$, $\bar{D} = (Z^T Z)^{-1} Z^T B$ である。

(5)階層モデルの分散共分散行列 V の発生： $V|\{\mu_{i(p)}\}, \Theta, \{Z_{i(p)}\}$

これも多変量回帰モデルで、回帰係数行列を既知とした場合の分散共分散行列に対するベイズ推測であり、以下のように評価される。

$$V \sim IW_k(v_0 + HN(p), V_0 + S^T) \quad (77)$$

ここで、 $S^T = \sum_{p=1}^H \sum_{i(p)=1}^{N(p)} (\mu_{i(p)} - \bar{\mu}_{i(p)})(\mu_{i(p)} - \bar{\mu}_{i(p)})^T$, $\bar{\mu}_{i(p)} = \Theta_\mu Z_{i(p)}^*$ である。

(6)識別性条件の処理

3.1.3で尺度パラメーターに関する識別性の為に効用関数の分散共分散行列 Σ に $\sigma_{11} = 1$ と制約を置いたが、上記のアルゴリズムのサンプリングの過程ではこの条件は考慮されておらず、識別性のないモデルとなっている。この問題はMcCulloch and Rossi (1994)で提案された方法により解決できる。(1)～(5)で得られたパラメーターを σ_{11} で除することにより、事後的に識別性を確保する。このことを以下の式(78)に示す。

$$\begin{cases} \Sigma \Leftarrow \Sigma / \sigma_{11} \\ \mathbf{u}_{i(p)}^a \Leftarrow \mathbf{u}_{i(p)}^a / \sigma_{11} \\ \mu_{i(p)} \Leftarrow \mu_{i(p)} / \sigma_{11} \\ \Theta \Leftarrow \Theta / \sigma_{11} \\ V \Leftarrow V / \sigma_{11} \end{cases} \quad (78)$$

4 実証分析

本章では実際のデータを用いて、提案モデルを利用し消費者選択行動の解析を行う。4.1節では本稿で使用したデータの説明や変数選択を行う。4.2節では第3章で提案したモデルを特定化し、データの制約による条件付けを行う。4.3節で対立モデルとの比較を行い統計モデルの予測の精度について適合度を用いて言及する。4.4節では、推定結果の考察を行う。

4.1 データの説明と変数選択

実証分析では、消耗すると必ず購買行動が起きるという特徴のある、非耐久消費財のサンプルの購買履歴に注目する。本研究成果は、第3回データビジネス創造コンテストにて提供された、視聴データ（株式会社スイッチ・メディア・ラボより提供されたSMARTのデータ）、関心データ（株式会社ブレインパッドより提供された3Dセンサーデータ）、検索データ（ヤフー株式会社より提供されたYahoo!検索の集計データ）、購買データ（株式会社マクロミルより提供された消費者購買履歴データQPR）、共有データ（株式会社ブレインパッドより提供されたCrimson Hexagon ForSight Platformのデータ）を利用している。提供データの詳細は付録Aの表8に示す。本稿では、時系列データの時期が重なる2014年10月1日～2015年3月31日までの27週間のデータを抽出した。前章では一般的なブランド選択モデルを提案したが、本章ではデータ量の制約から、選択肢を

ブランドではなくメーカーとした。さらに、売り上げシェア上位メーカー5社に対象を限定し、5社のみの市場を仮定する。対象5社のシェアに関する情報は表2に示す。

表2 対象メーカーの概要

	シェア	平均価格	CM timeshare	SNS timeshare
ユニリーバ	0.2021	408.9011	0.30710	0.1292
資生堂	0.0985	369.0904	0.0658	0.2320
クラシエ	0.1498	303.2296	0.0707	0.0743
花王	0.3309	366.227	0.2764	0.4095
P&G	0.2195	416.9696	0.2162	0.1549

4.1.1 個票データと異なるソースの時系列データの紐づけ

抽出した購買データと属性情報はモニターIDで紐づいているが、各ソースの時系列データとは紐づいていない。そこで、Swait and Andrews(2003)を参考に時点と購買メーカーが一致した時系列データと購買データを紐づけた。具体的には、1月1日～1月7日を第1週目とする週番号($t = 1, \dots, 13, 40, \dots, 53$)を各データに割り振り、図4のように紐づけを行った。

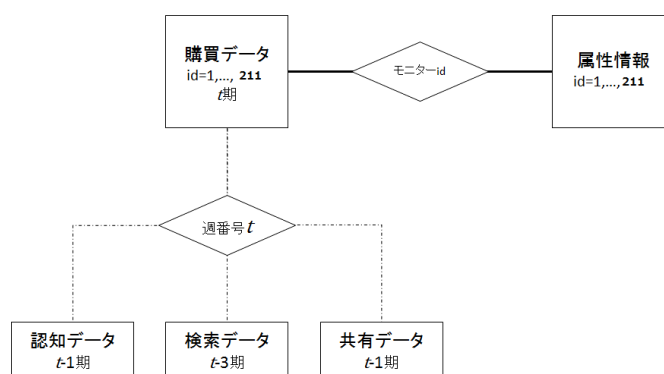


図4 データの紐づけの概観図

4.1.2 ブランドロイヤリティの考慮

ロイヤリティの定義に関しては、濱岡 (1998)は非耐久消費財である洗剤の購買行動に注目し、105週間のうち6回以上同一ブランドの洗剤を購入した場合ロイヤリティがあるとしている。本章ではこれに習い、27週間の購買行動について検証する為、「スイッチ前に2回以上連続で同一メーカーの商品を購入した消費者はそのメーカーにロイヤリティがある」と定義した⁵。これをふまえ、

⁵ ここでいうスイッチとは、前述したメーカー5社のいずれかにロイヤリティを持つ消費者がロイヤリティを持たない他4社の製品を購入することを指す。

対象5社にロイヤリティを持ち、期間中にスイッチした消費者211名を抽出し、図5に示すようにスイッチ以降の購買データは打ち切った。

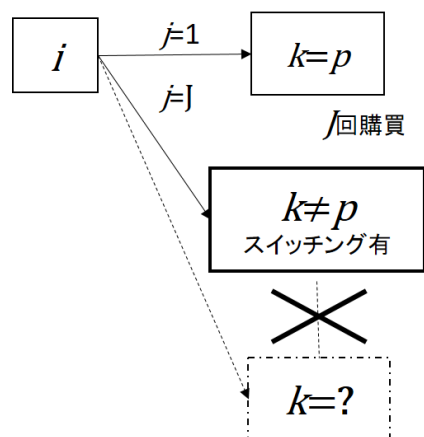


図5 購買データの打ち切りのイメージ

4.1.3 説明変数の選択

Rossi et al. (1996)が主張している通り、選択モデルを推定するに当たって、説明変数の選択を行う必要がある。本稿では個票データから属性情報を選択し、時系列データから外部環境変数の選択、及び広告残存効果の検証を行った。検討した変数はAISASモデルに従うデータを比較した。変数選択の目的変数としては、5社のみに限定した市場を仮定しているため、選択行動の変動を表すデータとして、スイッチング回数を設定する。

個票データ

個票データのマーケティング変数は購買価格を用いる。分析対象消費者に関する属性情報の分布は表3の通りである⁶。さらに、消費者の属性情報別のスイッチが生じた人数の割合を見るために、図6のように、分析対象とした211人の属性情報（年代、子供の有無、未既婚、世帯年収、世帯人数、性別）のスイッチング割合をヒストグラムで示した⁷。

年代に関しては、20代、40～50代のスイッチング割合は高いが10代、30代、60～70代は低い。子供有りの人は無しの人と比べてスイッチング割合は高く、また、既婚者は未婚者よりも高い。世帯年収が500万円以上1000万円未満の人は、世帯年収が500万円未満の人や世帯年収1000万円以上よりも高い。世帯人数が3～5人以上の場合はスイッチング割合が高く、世帯人数が1～2人の場合

⁶ 性別ダミー（男性=0、女性=1）、未既婚ダミー（未婚=0、既婚・離死別=1）。

⁷ 各属性情報について、年代ダミー（10代=1、20代=2、30代=3、40代=4、50代=5、60代=6、70代=7）、子供有無ダミー（無=0、有=1）、未既婚ダミー（未婚=0、既婚・離死別=1）、世帯年収ダミー（500万円未満=0、500万円以上1000万円未満=1、1000万円以上=2）、世帯人数ダミー（1人=1、2人=2、3人=3、4人=4、5人以上=5）、性別ダミー（男性=0、女性=1）とした。

表3 属性情報の分布

	年齢	性別	未既婚	子供有無	世帯年収	世帯人数
平均	46.18	0.744	0.88	0.79	712.94	3.61
標準偏差	11.33	0.44	0.32	0.40	159.28	1.30
最小値	18	0	0	0	200万円未満	1人
最大値	76	1	1	1	2000万円以上	9人

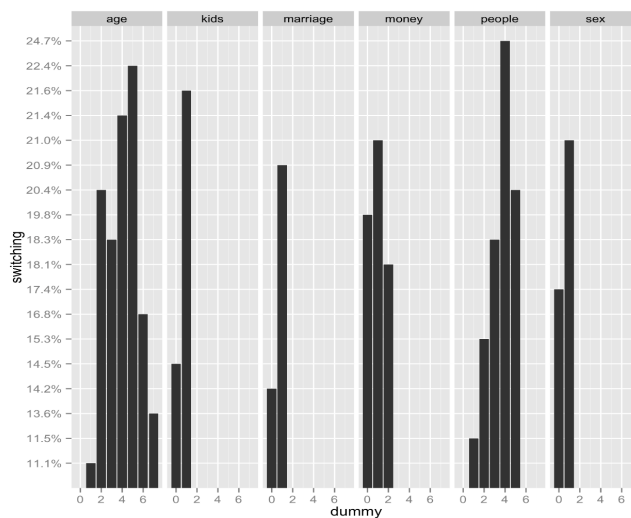


図6 属性データと離反割合

は低い。性別に関しては、女性の方が男性よりも高い。したがって、抽出した6つの属性はダミーごとに離反割合に差があるといえる。さらに付録A表10に示したように、世帯人数は世帯年収と、子供の有無ダミーは結婚ダミーとそれぞれ相関が高く、多重共線性の問題が生じる可能性があるため変数から除外した。よって、実証研究では年齢、性別、結婚の有無、世帯年収を属性情報として採択した。

時系列データ

AISASモデルに対応したデータの変数選択を行う。まず、視聴データとして対象5社の週ごとのテレビCM放送総数を用い、共有データに関しては対象キーワード⁸を含むツイートの投稿総数

⁸ Twitterの投稿について「ユニリーバand {ダヴ、ラックス}」、「資生堂and {シーブリーズ、スーパーマイルド、ツバキ}」、「クラシエand {海のうるおい藻、いち髪、シルクモイストエッセンス、ナイーフ}」、「花王and {アジェンス、エッセンシャル、サクセス、セグレタ、メリット}」、「P&G and {H&S、ヴィダルサスーン、ハーバルエッセンス、パンテーン}」を対象キーワードとし、週ごとの投稿数をメーカーごとに合計した。

・ネガティブツイート割合・ポジティブツイート割合の3変数を説明変数にし、各週のスイッチング回数を目的変数とするポアソン回帰分析を行った。本章では、スイッチングが起こらない週が存在するため、ゼロ過剰ポアソン回帰を利用する。結果として、表4に示す通り、赤池情報量基準(AIC)が最小値である総投稿数を採択する。検索データに関しては、検索指数を変数として抽出したが、付録A表9に示した通り、検索指数はCM放送数やTwitter投稿数と多重共線性がある為、変数から除外した。

さらに、清水(1990)のメディアの時間的な広告残存効果は媒体によって異なるという主張を踏まえて、CM放送総数、Twitter投稿総数の広告残存効果についてゼロ過剰ポアソン回帰分析をした。清水(1990)によると、放送媒体は3週間その残存効果がある。本章ではソーシャルメディアを考慮する為、5週前までのラグ効果の検証をした。表5に示した通り、CM放送総数、Twitter投稿数の両方が1週前の広告効果のAICが最も低くなった。よって、消費者が購入する1週前の各メーカーの週間テレビCM放送総数、Twitter投稿数を時系列データとして採用する。

表4 変数選択におけるAIC出力の結果：投稿総数・ネガティブツイート割合・ポジティブツイート割合

SNS変数	AIC
投稿数	223.1*
ネガティブ割合	256.3
ポジティブ割合	250.1

表5 時系列データの変数選択の結果

SNSラグ	AIC	CMラグ	AIC
$t-1$	218.9*	$t-1$	235.5*
$t-2$	237.2	$t-2$	247
$t-3$	233.3	$t-3$	251.2
$t-4$	249.5	$t-4$	248.1
$t-5$	246.1	$t-5$	239.3

4.2 モデルの特定化

本章のモデルの概観図を図7に示す。これまでの議論から、実証研究で用いるモデルを特定する。先述の通り、実証研究で用いるモデルは各パラメーターがマーケティング変数と外部環境変数および属性情報に依存するという階層構造を取るため、属性情報 $\mathbf{Z}_i$ については式(79)のように表記できる。

$$\mathbf{Z}_{i(p)} = \begin{pmatrix} \text{年齢}_{i(p)} \\ \text{性別ダミー}_{i(p)} \\ \text{結婚ダミー}_{i(p)} \\ \text{世帯年収}_{i(p)} \end{pmatrix} \quad (79)$$

また、図7内でAISASモデルの購買プロセスを表す循環図で示した各変数 $x_{i(p)kt}^m, w_{kt}^l$ については

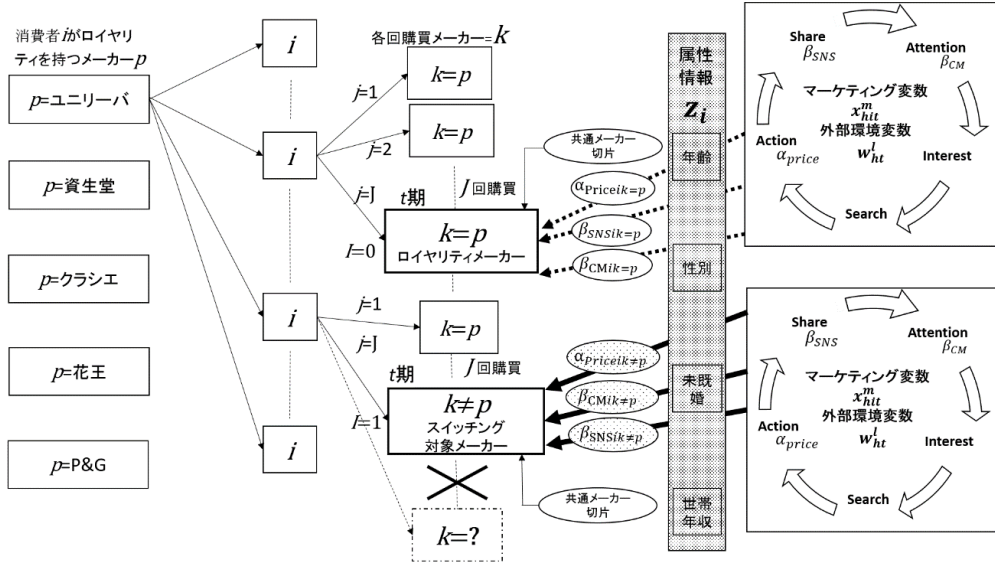


図7 本分析で使用するモデルの概観図

式(80)のように表現できる。

$$\mathbf{X}_{i(p)kt} = \begin{pmatrix} \text{価格}_{i(p)kt} \\ \text{CM}_{kt} \\ \text{SNS}_{kt} \end{pmatrix} \quad (80)$$

さらに、属性情報に依存する各変数の反応係数 $\mu_{i(p)}$ については(81)のように表記できる。

$$\mu_{i(p)} = \begin{pmatrix} \alpha_{i(p)}^{\text{価格}} \\ \beta_{i(p)}^{\text{CM}} \\ \beta_{i(p)}^{\text{SNS}} \end{pmatrix} \quad (81)$$

ここで、消費者 $i(p)$ の各購買について、ロイヤリティを持つメーカー p と購買先メーカー k が同一であるか否かを式(33)に示すようにインディケーター関数を用いて表現する。

t 期での各購買で消費者 $i(p)$ が得る効用 $u_{i(p)kt}$ は、式(19)に示すように切片項とマーケティング変数および外部環境変数項、誤差項で表現できる。尚、実証研究ではこの切片項は固定効果として考えている。

マーケティング変数と外部環境変数に対する反応度は消費者 $i(p)$ の属性に依存し、また、インディケーター関数の値($I_{i(p)t} = 0, 1$)で表現した購買メーカーのロイヤリティの有無によって異なる。ここで、価格に対する反応係数 $\alpha_{i(p)I}^{\text{価格}}$ は属性情報 $\mathbf{Z}_i$ によって式(38)のような階層構造で表現できる。

4.3 推定とモデル比較

パラメーター推定にはMCMC法を用いた。MCMCアルゴリズムについては、3.2を参照されたい。MCMC法は40,000回行い、うち初めの30,000回はburn in periodとして捨て、推定結果とし

ては採用しない。提案モデルのパフォーマンスを示すため、階層ベイズ条件付きプロビットモデル間での比較を行った。具体的には、①Rossi et al.(1996)の時系列情報のないマーケティング変数のみのモデル、②Guadagni(1983)とWait and Andrews(2003)の主張を考慮し、条件付きプロビットモデルの効用関数の誤差項の分布の平均を0にしたモデル、③提案モデルにおける適合度の比較を行った。前節で述べたデータを利用し、211人をランダムに二分割した。表6にそれぞれのモデルの適合度を示す。それぞれのモデルの適合度が①38.2%、②48.7%、③97.7%であったことより、

表6 各モデルの適合度

	購買機会数	適合数	適合度
①	343	131	38.2%
②	343	167	48.7%
③（提案モデル）	343	335	97.7%*

本稿の提案モデルはRossi et al.(1996)のモデルやGuadagni(1983)とWait and Andrews(2003)のモデルよりも現実の消費行動を説明できると言え、提案モデルの有効性が示された。

4.4 考察

4.4.1 回帰係数行列 Θ について

推定結果から、回帰係数行列の事後分布の推定値を表7にまとめた。推定値としては事後平均を使用し、括弧内は事後標準偏差を表す。性別ダミーは男性を0、女性を1とし、結婚ダミーは未婚

表7 回帰係数行列の事後要約統計量

	年齢	性別	結婚ダミー	年収500万円以下ダミー	年収500～1000万円ダミー
価格係数 (ロイヤリティ有)	-0.00093(0.00105)	-0.00608(0.0282)	0.0347(0.0418)	0.0388(0.0292)	0.018(0.0229)
CM係数 (ロイヤリティ有)	0.000569(0.00114)	-0.019(0.0313)	0.00339(0.0456)	-0.1117(0.0387)	-0.00436(0.025)
SNS係数 (ロイヤリティ有)	0.000112(0.000785)	-0.00323(0.0215)	-0.00081(0.0312)	-0.00374(0.0221)	0.000477(0.0174)
価格係数 (スイッチ対象)	0.000067(0.00133)	0.0332(0.0387)	-0.0970(0.0561)	0.00442(0.0366)	0.0425(0.0305)
CM係数 (スイッチ対象)	-0.00105(0.00178)	0.0251(0.0512)	0.0257(0.0806)	0.0454(0.0526)	-0.00407(0.0391)
SNS係数 (スイッチ対象)	-0.00004(0.000801)	0.00197(0.0217)	0.000553(0.0318)	0.00365(0.0221)	0.000728(0.0177)

を0、既婚を1とする。年収ダミーについては、該当する場合1とする。反応係数別に消費者異質性の要因を見る。、まず、価格係数は結婚ダミーと年収ダミーに影響され、特にロイヤリティを持たないスイッチング対象のメーカーに対しては既婚者への値下げ効果が高いことが分かる。このことから、既婚者は購買時に店頭価格を比較して購入していることが推察される。

さらに、スイッチング対象のメーカーに対するテレビCMの反応係数を見ると既婚の女性の値が高く、年収500万円以下ダミーの値も高い。このことから、既婚女性や比較的年収の低い消費者のテレビCMへの接触時間が長く、影響度が高くなったと考えられる。ソーシャルメディアに関しては大きな差が見られなかった。

4.4.2 反応係数 α, β について

消費者のロイヤリティ別の反応係数について検証する。スイッチング前に2回購買していた人をライトユーザー、3回購買していた人をミドルユーザー、4回購買していた人をヘビーユーザーと定義し、それぞれのロイヤリティ別の反応係数の事後平均を図8にまとめた。上段、中段、下段は購

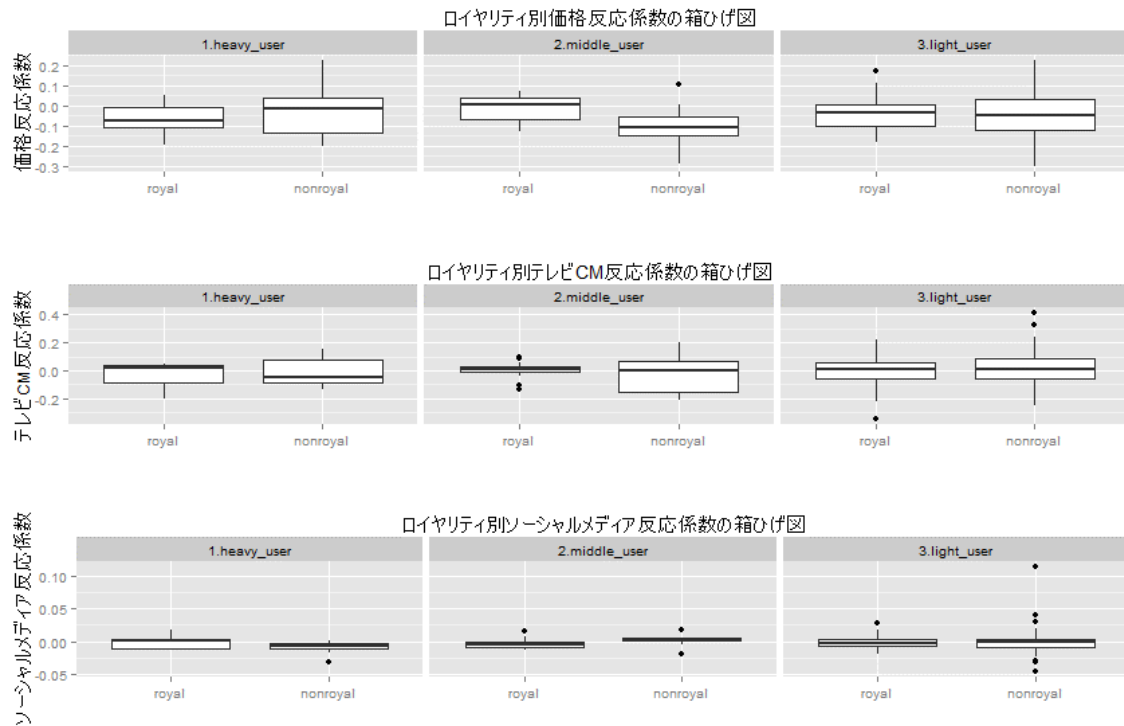


図8 価格・CM・ソーシャルメディアにおけるロイヤリティ別反応係数の箱ひげ図

買プロセスに応じた価格、テレビCM、ソーシャルメディアへの反応係数を表す。左列、中列、右列にかけて、ヘビーユーザー、ミドルユーザー、ライトユーザーを並べた。royalはロイヤリティを持つメーカーに対する反応係数、nonroyalはロイヤリティを持たないメーカーに対する反応係数である。まず、購買プロセス別に見ると、価格、ソーシャルメディア、テレビCMの順で影響が大きい。上段の価格についてはブランドロイヤリティ別に見ると、ライトユーザーとミドルユーザーに影響しやすいと分かり、さらにロイヤリティを持たないメーカーへの反応係数が高くスイッチング行動を起こす大きな要因になっていると考えられる。中段のテレビCMに関してはヘビーユーザーへの影響度が比較的大きく、ライトユーザーに対してはほとんど影響がない。このことから、ロイヤリティの高い消費者はテレビCMによる情報収集をして購買に至ることが推察される。また、下段のソーシャルメディアを見てみると、ヘビーユーザーのロイヤリティを持つメーカーに対する反応係数が高いことが分かる。このことから、ヘビーユーザーはテレビCMだけでなくソーシャルメディアの影響を受けやすいと言える。AISASモデルから、ヘビーユーザーはテレビCMによる認

知とソーシャルメディアによる発信・共有行動を行う消費者であると考えられる。

5 応用事例

本章では応用事例として、本稿で得られた示唆を利用して、マーケティング戦略を提案する。5.1節ではマイクロマーケティングの重要性を述べ、5.2節では、提案モデルを利用したマーケティング施策への活用例を示し、5.3節ではさらなる分析として、5.2節で提案した施策が実施された際の傾向スコアを用いた効果測定方法を紹介する。

5.1 マイクロマーケティングの重要性について

マーケティング施策として、これまでマス向けメディアへの出稿などが行われてきた。しかし、前章で述べた通り購買プロセスに関する消費者異質性を考慮したマイクロマーケティングが今後の課題と言える。マイクロマーケティングとは照井・佐藤 (2013)によると、セグメントの最小化単位である消費者一人ひとりの嗜好や市場反応を捉えたマーケティング施策のことである。代表的な例として、カルチュアコンビニエンスクラブのTポイントカードなどがある。2015年7月30日の日経産業新聞によると、食品スーパーのマルエツがTポイントのデータを活用し、顧客属性や購買履歴に応じた個別クーポンの発行など、消費者一人ひとりに合わせた販促に取り組んでいる。また、トライアルカンパニーではメーカー側と原資提携をしたクーポン配布などを行っている。こういった企業間の提携によってデータの利活用が進み、マイクロマーケティング施策では自社ブランドに対する顧客のロイヤリティの拡大などが新たな目標になる(照井・佐藤 (2013))。そこで、本章では小売りとメーカーがデータを提携することを想定して提案モデルを利用したマーケティング施策の活用例を述べる。

5.2 提案モデルを利用したマーケティング施策への活用例

データに関しては、前章と同じ2014年10月1日～2015年3月までのシャンプーの購買に関わる211人の購買履歴と時系列データを用いる。各メーカーのマーケットシェアの時系列グラフを図9で示した。赤帯で示した箇所では、2014年12月第4週目にトップシェアの花王が急激にシェアを下げ、2015年1月第1週目にはユニリーバに逆転され10%以上も離されている。このシェアの推移に注目して、施策の期間はシェアを逆転された前後の期間である2014年12月第2週～2015年2月第2週の約2ヶ月間と想定し、他社メーカーにロイヤリティがある消費者に対して花王へスイッチングさせることを目標とした施策を考える。

対象期間中、花王以外のメーカーにロイヤリティを持つ消費者の内、花王の選択確率が高い消費者は花王へスイッチングする可能性があると考え花王の選択確率上位30人を施策の対象者とする。図10はランダムに施策の対象者を選んだ場合と、上位30人の選択確率の棒グラフである。id1～30はランダムに選んだ消費者であり、id31～60は上位30人である。赤で示されたのはランダム抽出した消費者の選択確率であり、上位30人の選択確率を青で示す。ランダムに抽出した場合は

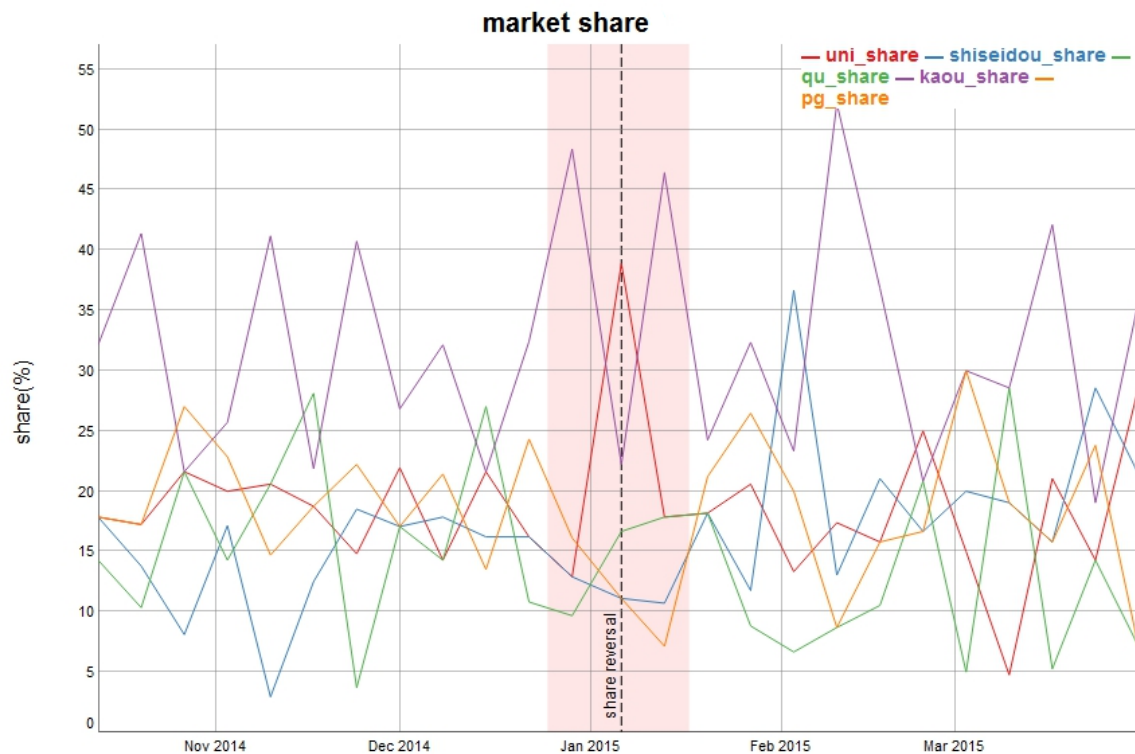


図9 メーカー五社のマーケットシェアの時系列グラフ

花王の選択確率が0の消費者が6人おり、ランダムに消費者を選んだ施策によって他社にロイヤリティを持つ消費者をスイッチングさせることは期待しにくい。つまり、花王にとって他社からのスイッチングを目標にした施策を打つ場合、店頭価格の値下げといったランダム性の高いマス向けの施策の投資対効果(ROI)が低いと考えられる。その反面、上位30人にターゲットを絞った特定の消費者のみに発行する花王製品の値下げクーポンなどのマイクロマーケティング施策の方が効果的だと言える。さらに、図11では施策対象者である30人のスイッチング対象メーカーにおける、価格、テレビCM、ソーシャルメディアにおける反応係数を棒グラフで表した。左から施策対象者を並べた。青の棒グラフは0以上の反応係数を示し、赤の棒グラフは0未満の反応係数を表す。価格反応係数は赤の棒グラフが長い程、値引き効果が高いことを意味する。上段の価格反応係数を見て分かる通り、施策対象者は値引き効果が高いことが分かる。しかし、値引きが逆効果の消費者が9人おり、施策対象者均一に値下げをすることは効率的でない。値引き効果が高い消費者を対象に、値下げ率を重み付けするような施策をとれば、ROIが向上すると考えられる。中段と下段のテレビCMとソーシャルメディアの反応係数を見ると、テレビCMの方が選択確率への影響が大きいことが分かる。特筆すべき点は、テレビCMの反応係数が高い消費者はソーシャルメディアの反応係数が低く、テレビCMの反応係数が低い消費者はソーシャルメディアの反応係数が高い。この示唆から、メーカーのプロモーション施策として、両メディアへの出稿量を均等に増やすのではなく、ターゲット別にメディアを使い分ける必要がある。さらに、前述した値下げ施策に関しても、ソーシャル

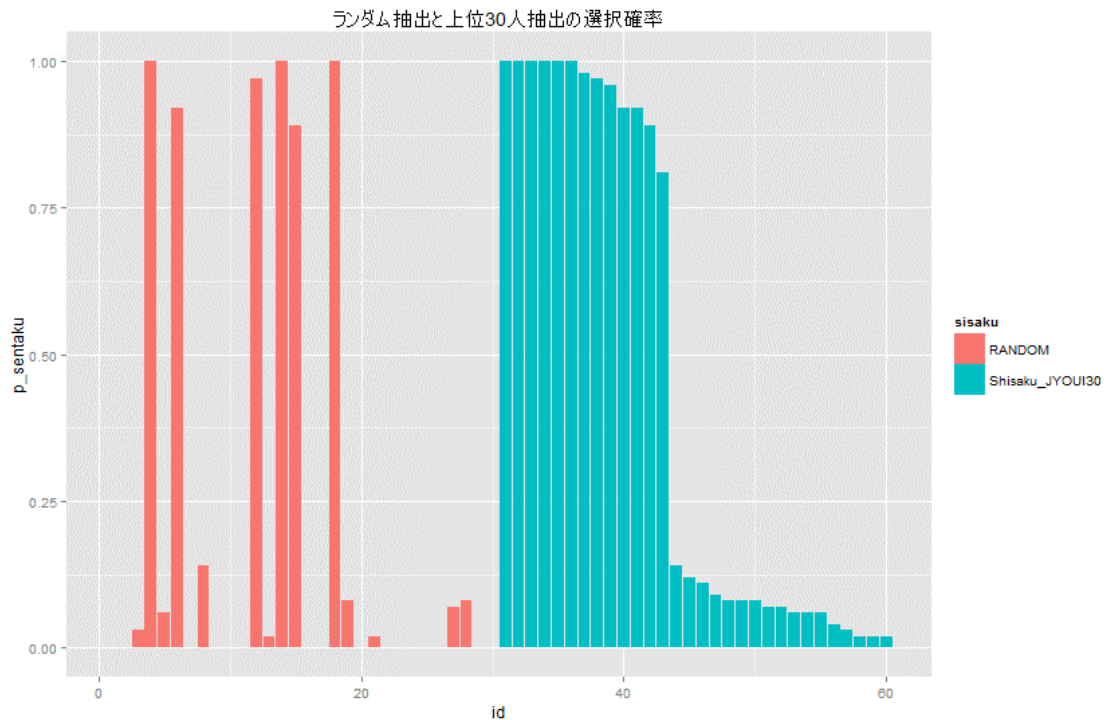


図10 ランダム抽出した消費者と上位30人の選択確率

メディアの影響が大きい消費者に対しては、ソーシャルメディアを介して値下げクーポンを配布するといったことも有効である。

以上より、消費者異質性を考慮した提案モデルの推定結果を用いたマイクロマーケティング施策の有効性を示した。消費者一人ひとりの購買プロセスに合わせたマーケティング施策を活用すれば、ROIの向上を図ることが可能である。

5.3 傾向スコアを用いた効果測定

前節で提案した施策が実現された時、その施策の効果測定の方法として傾向スコアを用いた効果測定を紹介する。

傾向スコアとは、無作為割り当てが不可能な相関研究において、因果効果を推定する方法として提案された概念であり、第*i*対象者の共変量の値を x_i 、割り当て変数の値を z_i とすると、群1へ割り当てられる確率 e_i を以下のように表現する。

$$e_i = p(z_i = 1 | x_i) \quad (82)$$

e_i を第*i*対象者の傾向スコアという（ただし $0 \leq e_i \leq 1$ ）（星野（2009））。傾向スコアの真値はわからないため推定する必要がある、今回はロジスティック回帰を利用する（詳細は星野（2009）を参

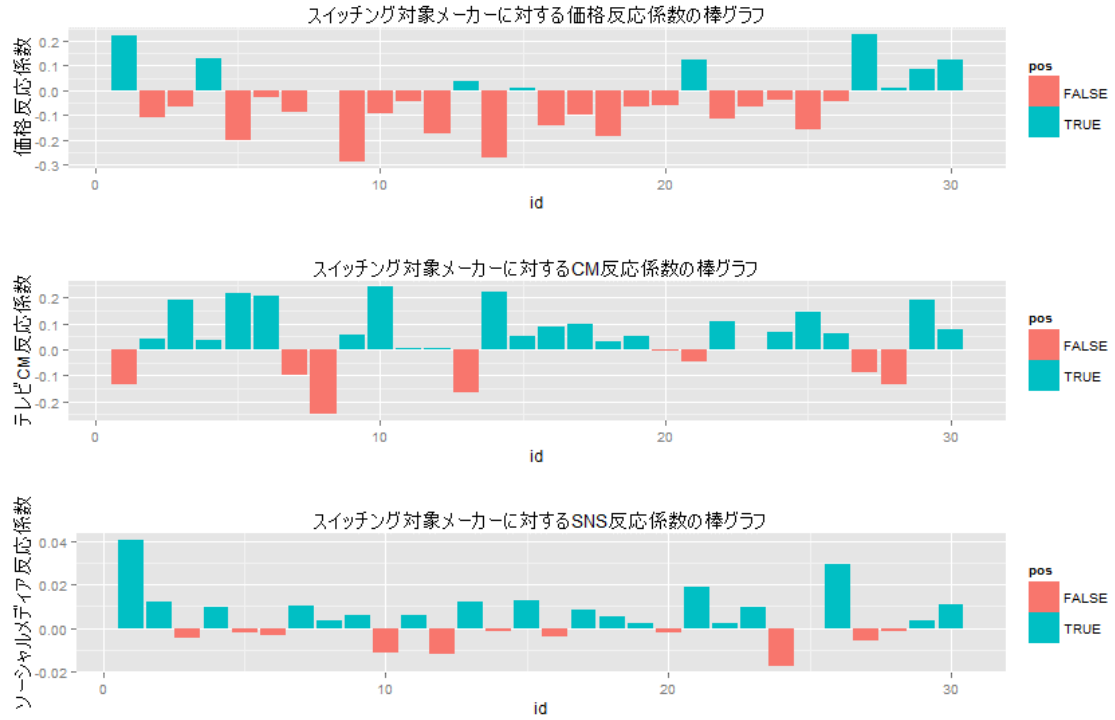


図11 スウィッチング対象メーカーに対する反応係数の棒グラフ

照)。傾向スコアを用いた調整は、前提条件である「強く無視できる割り当て」条件⁹が満たされていれば、共変量全てを用いて調整を行ったのと同じだけ偏りを減少させることができ、傾向スコア及び観測されている従属変数の情報を用いれば因果効果を推定することができる（星野・岡田（2006））。

ここで、因果効果は

$$E(y_1) - E(y_0) = E(y_1 - y_0) = E_e(E(y_1 - y_0|e)) \quad (83)$$

であり、さらに

$$E(y_1|e) = E(y_1|e, z = 1) \quad (84)$$

$$E(y_0|e) = E(y_0|e, z = 0) \quad (85)$$

となるから、結果として因果効果は

$$E(y_1) - E(y_0) = E_e[E(y_1|e, z = 1) - E(y_0|e, z = 0)] \quad (86)$$

⁹ 「どちらの群に割付けられるかは観測された共変量の値に依存し、従属変数の値の高低によっては依存しない」という条件

と表現することができる(星野 (2009))。

傾向スコアが近い対象者をペアにして、ペアの差の平均をもって因果効果 $E(y_1) - E(y_0)$ の推定とするマッチングを使用することで効果測定が行われる。これにより、施策の実際の効果が測定される。つまり、傾向スコアを所与として各群から得られた y_1, y_0 から $y_1 - y_0$ を計算する。それを傾向スコアの分布で期待値を取ると、元々の関心対象である因果効果になる(星野 (2009))。

ここで、自社以外の商品を購入する消費者を対象とし、施策対象者である場合は処置群($z=1$)、そうでない場合は対照群($z=0$)とする。また y_1 は値下げを受けた場合の自社商品の購入金額、 y_0 は値下げを受けなかった場合の自社商品の購入金額とする。これらを使用し、傾向スコアを用いた効果測定を行えば、処置群と対照群の差がわかり、施策の効果が測定できる。つまり、施策を打つことによってどれほど自社商品の売り上げが上がるかを推定できるため、原資と比較することで施策のROIがわかる。

6 結論

本章では、本稿で主張してきた論点を整理する。6.1節では提案モデルの妥当性と有効性についてまとめ、6.2節はさらなる分析として、時間的異質性を定式化し、今後の展望としたい。6.3節では本稿の結論を述べる。

6.1 まとめ

これまで、先行研究を踏まえ、消費者異質性・ブランドロイヤリティ・データ強化の三つの仮定を置いて、消費者行動の分析を行ってきた。推定結果から、これらの仮定を全て考慮した提案モデルの有効性が示された。また、考察から、消費者の属性によってメディアや価格の効果が違うことが分かった。さらに、ロイヤリティの大きさによって購買プロセスに応じた反応係数の値にも変化がみられ、消費者一人ひとりに応じたマイクロマーケティングが有効であることを示した。

6.2 今後の展望

本項では、今後の展望として時間的異質性の考慮を考える。時間的異質性とは、時点が違えば購買に至るメカニズムに差が生じることである。例えば、ソーシャルメディアの普及により消費者ごとに情報接触時間が変化する為、ソーシャルメディアへの感度が時系列変化する事が考えられる。2015年10月28日日経流通新聞によると、P&Gは自社コミュニティーサイト「マイレピ」と電子商取引(EC)サイト「LOHACO」とのデータ連携を始め、自社サイトの会員がどのような商品に興味関心を持っているかECサイト上での行動から把握し、効果的なマーケティングを行う取り組みが始まっている。今後の課題として、こういった顧客のインターネット上での行動を反映し、回帰係数の時間的異質性を考慮したモデルの構築が挙げられる。土田 (2010)は時間的異質性を考慮する方向性として、消費者全体のトレンドが時系列で変化することを挙げている。代表的な先行研究として、Lachaab et al. (2006)は最寄り品カテゴリーの製品選択データに状態空間モデルを適用

し、価格の感度を表す回帰パラメーターが時間に関して平均パラメーターが変動していることを示した。状態空間モデルは、現状の背後にある構造を状態変数として仮定し、その時間的な変化を推定することが可能である。佐藤 (2015)によると、一般的に状態空間モデルは以下のような式で表現される。

$$y_t = \mathbf{X}_t \boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{G}_t \mathbf{u}_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (87)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+1} = \mathbf{W}_t \boldsymbol{\beta} + \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{H}_t \mathbf{u}_t, \quad t = 0, 1, \dots, n \quad (88)$$

ただし、 $\boldsymbol{\alpha}_0, \mathbf{u}_t$ は $m_u \times 1$ ベクトルで $\mathbf{u}_t \sim N(0, \delta^2 \mathbf{I})$ とする。また、 y_1 は $m_y \times 1$ ベクトルの観測値、 $\boldsymbol{\alpha}_t$ は $m_\alpha \times 1$ ベクトルの状態変数である。 $\mathbf{X}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{Z}_t, \mathbf{W}_t, \mathbf{G}_t, \mathbf{H}_t, \boldsymbol{\beta}$ は既知の行列またはベクトルである。(87)式を観測モデル、(88)式をシステムモデルと呼ぶ。Lachaab et al. (2006)は回帰係数ベクトルを時間異質性効果と消費者異質性効果に分解している。さらに、観測されないシステム項 $\boldsymbol{\mu}_t$ を

$$\boldsymbol{\mu}_t = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\mu}_{t-1} + \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad \boldsymbol{\epsilon}_t \sim N(0, \Psi) \quad (89)$$

とおき、パラメーターの変化がランダムウォークモデルに従うと仮定している。先行研究の問題点として、全ての消費者が同じ変動をするという仮定を課しているため、消費者個別のモデル推定ができない。ここで、本稿提案モデルをベクトル表現し、回帰係数ベクトル $\boldsymbol{\beta}_t$ のシステムモデル式(89)の $\boldsymbol{\Phi}$ を $\boldsymbol{\Phi} = \rho \mathbf{I}$ の自己回帰係数と接触時間 $\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\pi}$ の和で表現することで、時変パラメーターに消費者異質性を考慮できる。ここで、インディケーター変数におけるロイヤリティを持つブランドの選択を仮定し、時変パラメーターを導入する。

$$I_{i(p)t} = I(y_{i(p)t} = p) = \begin{cases} 1 & \text{if } k \neq p \\ 0 & \text{if } k = p \end{cases} \quad (90)$$

仮定から、

$$\mathbf{u}_{it} = \boldsymbol{\beta}_{it} \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\eta}_{it} \quad (91)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{it} = \boldsymbol{\Theta} \mathbf{Z}_{it} + \boldsymbol{\mu}_{it} + \boldsymbol{\eta}_{it} \quad (92)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{it} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\mu}_{it-1} + \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{\xi}_{it} \quad (93)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \rho \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho^{price} \\ \rho^{CM} \\ \rho^{SNS} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\pi} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pi_i^{CM} \\ \pi_i^{SNS} \end{pmatrix} \quad (94)$$

と定式化できる。 $\begin{pmatrix} 1 \\ \pi_i^{CM} \\ \pi_i^{SNS} \end{pmatrix}$ を消費者別の情報接触時間とし、 $\begin{pmatrix} \rho^{price} \\ \rho^{CM} \\ \rho^{SNS} \end{pmatrix}$ を一期前の状態に対する依存度とすると、各消費者の情報接触時間が増えるに従い購買プロセスのメディア感応度が高まる構造を定式化できる。

6.3 結論

本稿の結論は以下の通りである。

1. 昨今の消費者購買プロセスの変容を受けて、消費者異質性とロイヤリティを考慮し、個票データとマルチソースの時系列データを統合して利用する本稿提案モデルの有効性が示された。
2. 消費者一人ひとり、購買プロセスに応じた多様な反応係数を持つ。また、反応係数は階層構造を持ち、消費者の属性によって反応係数が異なる。
3. 消費者は選択肢がロイヤリティを持つ対象かどうかによっても反応係数が異なることが分かった。さらに、ロイヤリティの大きさによっても反応係数に異質性がある。
4. 以上から、消費者異質性を考慮したマイクロマーケティングが有効な施策となり得る。

付録A 図表

本論で掲載できなかった表を示す。

表8 提供データの詳細

視聴データ	関心データ	検索データ ¹⁰	購買データ	属性情報	共有データ
放送総数	棚前行動開始時刻	検索指数(対象35ワード)	モニターID(19689名)	モニターID(19689名)	投稿数
放送期間	棚前行動終了時刻	検索年月日	購入年月日	年齢(17-76歳)	ネガティブ割合
放送年月日	棚前滞在時間(1-15秒)	検索時刻	購入時間	性別ダミー	ポジティブ割合
CMID	メーカー名(55社)	検索者性別(男,女,不明)	購入商品名	都道府県コード	投稿年月日
番組ID	購入商品名	検索者年齢	メーカー名(224社)	未婚(未婚既婚死離別)	投稿内容
地域ID	接触時刻	前後検索ワード	タイプ(本体or詰め替え)	子供の有無ダミー	関連ワード
チャンネルボックスID	年月日	検索地域	男性用ダミー	住居形態	頻出単語
企業ID		検索デバイス	価格(46-8778円)	個人年収	
商品ID			容量	世帯年収	
放送秒数			購入数量	世帯人数	
起用タレント名			購入先(コンビニ、薬局等)	同居末子年齢区分	
特徴			商品使用(本人,共有,本人以外)	家族構成	
BGM				職業区分	
視聴者数					
視聴率					
年代別時間帯GRP					
平均視聴回数					

表9 外部変数間の相関係数行列

	cm_uni	cm_shi	cm_qu	cm_kao	cm_pg	se_uni	se_shi	se_qu	se_kao	se_pg	sn_uni	sn_shi	sn_qu	sn_kao	sn_pg
cm_uni	1.00	0.02	0.21	0.27	0.39	0.36	0.03	0.36	0.72	0.47	0.44	0.23	0.29	0.09	0.50
cm_shi		1.00	0.42	-0.39	0.09	0.17	0.14	-0.01	0.04	0.04	-0.13	0.20	-0.07	-0.07	0.26
cm_qu			1.00	0.00	-0.04	-0.01	0.22	0.02	0.51	0.09	-0.07	0.67	0.16	-0.19	0.14
cm_kao				1.00	0.08	-0.05	0.49	0.23	0.53	0.18	0.22	0.06	-0.04	-0.17	0.11
cm_pg					1.00	0.33	-0.09	0.49	0.25	0.52	0.21	-0.17	0.17	-0.01	0.44
se_uni						10.00	-0.04	0.78	0.23	0.85	0.13	-0.04	0.55	0.23	0.63
se_shi							1.0	0.11	0.31	-0.05	-0.06	0.37	-0.28	-0.31	-0.13
se_qu								1.00	0.51	0.88	0.02	-0.03	0.33	0.15	0.50
se_kao									1.00	0.48	0.31	0.51	0.8	-0.05	0.41
se_pg										1.00	0.15	-0.02	0.58	0.11	0.63
sn_uni											1.00	-0.07	0.27	0.08	0.38
sn_shi												1.00	-0.03	-0.07	-0.04
sn_qu													1.00	0.33	0.63
sn_kao														1.00	0.14
sn_pg															1.00

¹⁰ 指数化された集計データであり、個人の検索行動を示すものではない。

表10 デモグラフィック変数の相関係数行列

	年齢	性別(女性=1)	未婚(既婚、死別=1)	子供(有=1)	世帯年収(500万未満)	世帯年収(500万以上1000未満)	世帯年収(1000万以上)	世帯人数(1人)	世帯人数(2人)	世帯人数(3人)	世帯人数(4人)	世帯人数(5人以上)
年齢	1.00											
性別(女性=1)	-0.096	1.00										
未婚(既婚、死別=1)	0.385	0.092	1.00									
子供(有=1)	0.385	0.07	0.681	1.00								
世帯年収(500万未満)	-0.046	-0.007	-0.047	-0.081	1.00							
世帯年収(500万以上1000未満)	0.007	0.017	0.128	0.123	-0.663	1.00						
世帯年収(1000万以上)	0.046	-0.013	-0.103	-0.057	-0.365	-0.455	1.00					
世帯人数(1人)	-0.056	-0.116	-0.384	-0.291	0.158	-0.067	-0.105	1.00				
世帯人数(2人)	0.146	-0.01	0.066	-0.353	0.148	-0.096	-0.057	-0.096	1.00			
世帯人数(3人)	0.053	-0.004	-0.084	0.05	0.007	-0.028	0.027	-0.122	-0.267	1.00		
世帯人数(4人)	-0.103	0.083	0.108	0.211	-0.11	0.084	0.026	-0.149	-0.325	-0.412	1.00	
世帯人数(5人以上)	-0.046	-0.026	0.095	0.179	-0.098	0.055	0.047	-0.104	-0.227	-0.288	-0.351	1.00

付録B 階層ベイズモデルの紹介

これまで、消費者の異質性を扱うモデルとして、潜在クラスモデルやロイヤリティ変数(Guadagni and Little (1983))が提案されてきた。潜在クラスモデルではセグメントとして市場を分割している為、個々の個人を取り出してその特徴を見ることはできない。また、ロイヤリティ変数を利用すれば、個人レベルでのロイヤリティの影響を取り込むことが可能であるが、価格弾力性やプロモーション弾力性のような、個人の反応異質性を取り込むことはできない。(里村(2015))。そこで、分析対象とする個体の反応構造を直接規定する個体内モデルと、各個体のモデル間の関係を規定する個体間モデルから構成される階層回帰モデル(照井(2010))をベイズ推定する。照井は t 期における消費者 h に対する $m = (1, \dots, k)$ 種類の説明変数 $\mathbf{x}_{ht} = (x_{1ht}, x_{1ht}, \dots, x_{kht})$ への反応 y_{ht} を

$$y_{ht} = \mathbf{x}_{ht}^T \beta_h + \varepsilon_{ht} ; \quad \varepsilon_{ht} \sim iid.N(0, \sigma_h^2), \quad t = 1, \dots, n_h \quad (95)$$

と個体内モデルを定義し、個人($h = 1, \dots, H$)によって異なる回帰パラメーター $\beta_h = (\beta_{1h}, \beta_{2h}, \dots, \beta_{kh})^T$ を

$$\beta_h = \Theta^T \mathbf{z}_h + \eta_h ; \quad \eta_h \sim MVN(0, V_\beta) \quad (96)$$

と属性情報 $\mathbf{z}_h = (z_{h1}, z_{h2}, \dots, z_{hJ})^T$ によって共通性があると定義した個体間モデルを定義してい

る。これらは個人別の情報量は安定的な統計推測を保証するほど大きくないため、各消費者は共通性を持つという論理の下で、異質性を推定するのに不足した情報を共通性として消費者全体をプールした情報で補う階層ベイズモデルの特徴である。 β_h が平均 $\Theta^T z_h$ 、分散共分散行列 V_β の多変量正規分布に従うと事前分布を設定し、 V_β については、

$$V_\beta \sim IW(v_0, V_0) \quad (97)$$

となるような逆ウィッシュャート分布を階層事前分布とする。また、 Θ については、

$$\text{vec}(\Theta)|V_\beta \sim MVN(\text{vec}(\bar{\Theta}), V_\beta \otimes A^{-1}) \quad (98)$$

のような多変量正規分布を定義する。佐藤 (2015)によると、ベイズアンモデリングでは事後分布、尤度関数、事前分布の三つの分布が重要な役割を担い、下記に示すベイズの定理に関連づけられる。また、回帰パラメーターの分布を規定するパラメーターを超パラメーターと呼び、以下のベイズの定理から定式化する。(Rossi et al. (2005)などを参照。)

$$p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta | \{y_h, x_h, z_h\}) = \frac{p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta, \{y_h, x_h, z_h\})}{p(\{y_h, x_h, z_h\})} \quad (99)$$

であるが、データ y_h の発生確率である $p(\{y_h, x_h, z_h\})$ は $p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta)$ によらない数値をとるので、事後分布 $p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta | \{y_h, x_h, z_h\})$ は

$$p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta | \{y_h, x_h, z_h\}) \propto p(\{y_h, x_h, z_h\}, \{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta) \quad (100)$$

となる。右辺は、 $\{\beta_h\}$ に対して個体間の独立を仮定すれば

$$\left[\prod_{i=1}^H p(y_h | \beta_h, \sigma_h^2, x_h) p(\beta_h | \theta, V_\beta, z_h) \right] p(\{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta) \quad (101)$$

と式変形できる。また、個体間モデルで規定されていない σ_h^2 は個体間モデルのパラメーターとは独立と考えてよく、 $\{\sigma_h^2\}$ に対して個体間の独立性を仮定すれば、同時事後分布は

$$\begin{aligned} p(\{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta | \{y_h, x_h, z_h\}) &\propto p(\{y_h, x_h, z_h\}, \{\beta_h\}, \{\sigma_h^2\}, \theta, V_\beta) \\ &= p(\theta | V_\beta) p(V_\beta) \left[\prod_{i=1}^H p(y_h | \beta_h, \sigma_h^2, x_h) p(\beta_h | \theta, V_\beta, z_h) p(\sigma_h^2) \right] \end{aligned} \quad (102)$$

と導出できる(照井 (2008))。

参考文献

- Geman, Stuart and Donald Geman (1984) “Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images,” *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, No. 6, pp. 721-741.
- Guadagni, Peter M. and John D. Little (1983) “A logit model of brand choice calibrated on scanner data,” *Marketing science*, Vol. 2, No. 3, pp. 203-238.
- 濱岡豊 (1998) 「消費者のデモグラフィックス変数, 購買行動と新製品の採用時期: パネルデータへのスプリット・ハザードモデルの適用」, 『三田商学研究』, 第41巻, 第1号, 21-34頁.
- 星野崇宏 (2009) 『調査観察データの統計科学: 因果推論・選択バイアス・データ融合』, 確率と情報の科学; 確率と情報の科学, 岩波書店.
- 星野崇宏・岡田謙介 (2006) 「傾向スコアを用いた共変量調整による因果効果の推定と臨床医学・疫学・薬学・公衆衛生分野での応用について」, 『保健医療科学』, 第55巻, 第3号, 230-243頁.
- 猪狩良介・河原達也 (2014) 「クロスメディア効果を考慮した広告キャンペーンの分析: 広告認知と態度変容効果のモデル化」, 『日経広告研究所報』, 第48巻, 第2号, 24-30頁.
- Imbens, Guido W. and Tony Lancaster (1994) “Combining micro and macro data in microeconomic models,” *The Review of Economic Studies*, Vol. 61, No. 4, pp. 655-680.
- Jeuland, Abel P. (1979) “Brand Choice Inertia As One Aspect of the Notion of Brand Loyalty,” *Management Science*, No. 7, pp. 671-682.
- 北村行伸 (2006) 「ミクロ計量経済学の考え方」, 『経済セミナー』, 82-88頁.
- Lachaab, Mohamed, Asim Ansari, Kamel Jedidi, and Abdelwahed Trabelsi (2006) “Modeling preference evolution in discrete choice models: A Bayesian state-space approach,” *Quantitative Marketing and Economics*, Vol. 4, No. 1, pp. 57-81, J2: Quant Market Econ.
- McAlister, Leigh and Edgar Pessemier (1982) “Variety Seeking Behavior: An Interdisciplinary Review,” *Journal of Consumer Research*, Vol. 9, No. 3, pp. 311-322.
- McCulloch, Robert and Peter E Rossi (1994) “An exact likelihood analysis of the multinomial probit model,” *Journal of Econometrics*, Vol. 64, No. 1, pp. 207-240.
- 宮崎慧・星野崇宏 (2013) 「階層ベイズ動的モデルによるブランドスイッチングの分析: グレングジャー因果性検定の利用」, 『マーケティングサイエンス = Journal of marketing science』, 11-35頁.
- Rossi, Peter E, Robert E McCulloch, and Greg M Allenby (1996) “The value of purchase history data in target marketing,” *Marketing Science*, Vol. 15, No. 4, pp. 321-340.
- Rossi, Peter E., Greg M. Allenby, and Robert E. McCulloch (2005) *Bayesian statistics and marketing*, Wiley series in probability and statistics: John Wiley & Sons.
- 里村卓也 (2015) 『マーケティング・モデル』, Rで学ぶデータサイエンス; 13, 共立出版, 第2版.
- 佐藤忠彦 (2015) 『マーケティングの統計モデル』, 統計解析スタンダード, 朝倉書店.

- 佐藤忠彦・樋口知之 (2013) 『ビッグデータ時代のマーケティング：ベイジアンモデリングの活用』, 講談社.
- 清水麻衣 (2013) 「CGM が消費者の購買意思決定プロセスに及ぼす影響：消費者発信情報と企業発信情報の比較」, 『商学論集』, 第81巻, 第3号.
- 清水聡 (1990) 「プロモーション効果と広告効果の分析：記憶力に基づく広告効果の減衰の視点にたって」, 『三田商学研究』, 第33巻, 第1号, 58-77頁.
- Swait, Joffre and Rick L. Andrews (2003) “Enriching scanner panel models with choice experiments,” *Marketing Science*, Vol. 22, No. 4, pp. 442-460.
- 照井伸彦 (2008) 『ベイズモデリングによるマーケティング分析』, 東京電機大学出版局.
- (2010) 『Rによるベイズ統計分析』, シリーズ ; 2, 朝倉書店.
- 照井伸彦・佐藤忠彦 (2013) 『現代マーケティング・リサーチ = Modern Marketing Research : 市場を読み解くデータ分析』, 有斐閣.
- Train, Kenneth E. (2003) *Discrete choice methods with simulation*: Cambridge university press.
- 土田尚弘 (2010) 「マーケティング・サイエンスにおける離散選択モデルの展望」, 『経営と制度』, 63-91頁.
- 矢島貴直 (2015) 「“Dual AISAS”で考える、もっと売するための戦略。」, URL : <http://dentsu-ho.com/articles/3100> (アクセス日: 10月7日).